

## Стробирующий вейвлет преобразователь

Э. Херманис

Лаборатория «Виде», Яунелгава, LV-5134 Латвия

Тел. ++271 5036352; эл. почта: evalds.h@apollo.lv

### Введение

Стробирующие фильтры привлекли внимание потому, что выходной сигнал не является функцией реального времени. Выходной сигнал является функцией фазового смещения измеряемого мгновенного значения по отношению к входному сигналу. Отсутствие причинно-следственной связи дало возможность синтезировать фильтры с такими импульсными характеристиками, которые не достигаемы обычными аналоговыми фильтрами [2]. С появлением теории вейвлет преобразований стробирующие фильтры могут применяться для их реализации в классе повторяющихся сигналов. Ниже предлагается вариант стробирующего фильтра, импульсная характеристика которого близка реальной части базисной функции Морлет вейвлета [3]

$$g_r(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2} \cos(2\pi\nu_0 x)},$$

$$g_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2} \sin(2\pi\nu_0 x)};$$

где  $\sigma$  определяет ширину окна, а  $\nu_0$  - частоту колебаний гармонических функций. График функции (рис. 6) напоминает короткий радиоимпульс, в котором амплитуда колебаний с начала плавно нарастает, а потом симметричным (реальная ч.) или антисимметричным (мнимая ч.) способом спадает.

Разные авторы применяют несколько вариаций Морлет-функции, но они все являются произведением обычного гармонического базиса на гауссовую огибающую. Отличия состоят лишь в выборе параметров.

В составном преобразователе специально сконструированный фильтр осуществляет вейвлет преобразование, а стробпреобразователь осуществляет лишь трансформацию временного масштаба сигнала.

**Схема основного узла стробирующего фильтра.** Основу схемы представляет параллельный LC-контур с управляемыми потерями (рис. 1.). На вход контура через резистор  $r$  поступает периодический преобразуемый сигнал  $U(t)$ . В контуре параллельно включённый резистор  $R$  меняет своё значение в фазе, задаваемым стробирующим устройством в момент времени  $t=\tau$ . При  $t=\tau$  ключ замыкается. В зависимости

от знака сопротивления резистора потери могут увеличиваться или, наоборот, контур может возбуждаться.

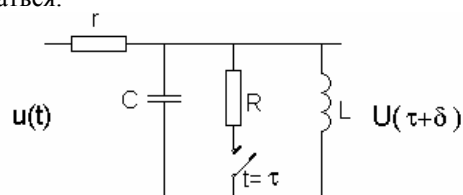


Рис. 1. Контур с управляемыми потерями

Через интервал времени  $\delta$  в момент  $t=\tau+\delta$  мгновенное значение напряжения  $U(\tau+\delta)$  измеряется. При  $t \geq \tau+\delta$  ключ размыкается и потери в контуре восстанавливаются на прежнем уровне.  $U(\tau+\delta)$  является результатом преобразования.

**Переходные процессы.** Допуская, что входной сигнал воздействует в момент времени  $t=0$ , а интервал времени  $[\tau, \tau+\delta]$  скользит по отношению к началу координат, следует различать два существенно отличные положения:

- 1)  $\tau < 0, \tau+\delta > 0$ ,
- 2)  $\tau \geq 0$ .

Для расчёта наиболее простое первое положение; необходимо рассчитать переходный процесс в системе с постоянными параметрами. Дифференциальное уравнение имеет вид

$$rC \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} U(t) \right) + \left( \frac{r}{R} + 1 \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} U(t) \right) + \frac{rU(t)}{L} = \frac{\partial}{\partial t} u(t). \quad (1)$$

Функцию Грина находим решением однородного уравнения с учётом начальных условий:  $U(0)=0$ ,  $U'(0)=1/rC$ .

$$Gr := 2 \frac{e^{\left(-1/2 \frac{(r+R)t}{rRC}\right)} \sin\left(\frac{1}{2} \frac{t \sqrt{4 \frac{r^2 C}{L} - \left(\frac{r}{R} + 1\right)^2}}{RC}\right)}{\sqrt{4 \frac{r^2 C}{L} - \left(\frac{r}{R} + 1\right)^2}}. \quad (2)$$

Поскольку на правой стороне уравнения находится производная входного сигнала, то функция Грина отражает переходную характеристику системы в положении при  $\tau < 0, \tau+\delta > 0$ . Результат преобразования

$U_1(\tau)$  для указанного случая достигается простой заменой  $t$  на  $\tau+\delta$ .

$$U_1 := 2 \frac{e^{\left(-1/2 \frac{(r+R)(\tau+\delta)}{rRC}\right)} \sin\left(\frac{1}{2} \frac{(\tau+\delta) \sqrt{4 \frac{r^2 C}{L} - \left(\frac{r}{R} + 1\right)^2}}{RC}\right)}{\sqrt{4 \frac{r^2 C}{L} - \left(\frac{r}{R} + 1\right)^2}} \quad (3)$$

при  $\tau < 0, \tau + \delta > 0$ .

$U_1$  отражает нарастающие колебания, если  $|-R| < r$ . При этом система неустойчива.

Случай  $\tau > 0$  сложнее. Так как сигнал поступает в момент времени  $t=0$ , то до момента времени  $t=\tau$  система работает с отключённым ключом, следовательно  $R \rightarrow \infty$ . При этом

$$U(t < \tau) := 2 \frac{\sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \frac{t}{RC}\right) e^{\left(-1/2 \frac{t}{rC}\right) L}}{4r^2 C - L} \quad (4)$$

Отсюда получаем начальные условия для расчёта процесса при  $t > \tau$  (когда ключ замыкается) до момента измерения:  $t = \tau + \delta$ :

$$U(\tau) = U(0) := 2 \frac{\sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \frac{\tau}{rC}\right) e^{\left(-1/2 \frac{\tau}{rC}\right) L}}{4r^2 C - L} \quad (5)$$

$$DU(\tau) := \frac{\cos\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \frac{\tau}{rC}\right) e^{\left(-1/2 \frac{\tau}{rC}\right) L}}{rC} -$$

$$\frac{\sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \sin\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4r^2 C - L}{L}} \frac{\tau}{rC}\right) e^{\left(-1/2 \frac{\tau}{rC}\right) L}}{(4r^2 C - L)rC} \quad (6)$$

При этом  $U_1(\tau) = U_2(0)$ , т.е. конечное значение первого процесса равно начальному значению второго процесса. В формулах индексы опущены.

Результат преобразования достигается решением уравнения (1) при указанных начальных условиях начиная с точки времени  $t = \tau$  до  $t = \tau + \delta$ . Так как рассчитывая переходную характеристику правая сторона содержит дельта функцию Дирака в начале координат, то можно считать, что процесс возбуждают лишь начальные условия. Таким образом начало отсчёта можно перенести в момент  $x = t - \tau$  и считать, что  $0 \leq x \leq \delta$ . Следовательно,

$$U_2 := - \frac{1}{2\sqrt{L^2 r^2 + 2L^2 rR + R^2 L^2 - 4R^2 r^2 L C}} \times \\ \times (-AU(\tau) + RLU(\tau) + LrU(\tau) + \\ + 2DU(\tau)RLrC) e^{\left(-1/2 \frac{(Lr+RL+A)\delta}{RLrC}\right)} + \\ + \frac{1}{2} (AU(\tau) + RLU(\tau) + LrU(\tau) +$$

$$+ 2DU(\tau)RLrC) e^{\left(-1/2 \frac{(Lr+RL-A)\delta}{RLrC}\right)} \text{ для } \tau > 0. \quad (7)$$

Эта часть процесса будет затухающей, так как  $\tau$  входит лишь в начальные условия, которые рассчитывались для устойчивой системы.

Таким образом

$$U(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau + \delta < 0, \\ U_1, & \tau \leq 0, \tau + \delta > 0, \\ U_2, & \tau \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

**Расчёты и эксперимент.** Проводились численные расчёты при следующих параметрах:  $R = -200\Omega$ ;  $r = 400\Omega$ ;  $C = 2.74\text{nF}$ ;  $L = 250\mu\text{H}$ ;  $\delta = 9.49\mu\text{s}$ ;  $\tau = [-30:01:30\text{s}]$ . Так как производная переходной характеристики имеет разрыв (рис. 2), то целесообразно характеристику сгладить. Для этого идеально подходит конечная длительность стробимпульса. Получается усреднение с окном. В данном случае длительность импульса в расчёте выбиралась равной  $T_s = 3\mu\text{s}$  (рис. 3).

Таким образом результат преобразования зависит от 7 различных параметров. Это даёт большие возможности вариации результата и открывает новую задачу синтеза стробируемых фильтров.

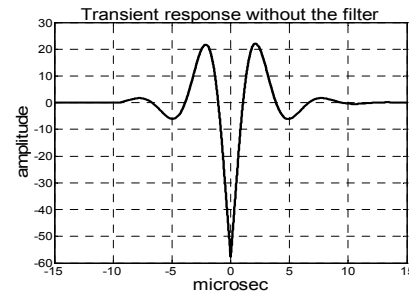


Рис. 2. Переходная характеристика при узком стробимпульсе

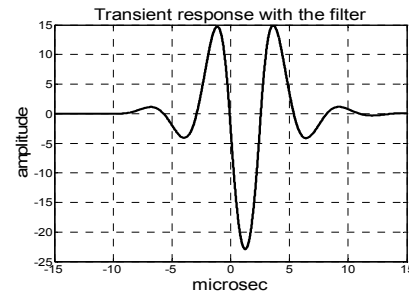


Рис. 3. Переходная характеристика при широком стробимпульсе ( $T_s = 2.5\mu\text{s}$ )

Характеристика по форме близка к Морлет вейвлету. Эксперимент проводился также натурально на макете. Осциллограмма (рис. 4) подтверждает теорию. Стробимпульс выбирался по сравнению с расчётом более узким с целью показать тенденцию разрыва производной при  $\tau + \delta = 0$ . Как видно значение  $R$  схемы выбиралось со знаком "-". Этого можно добиться присоединением параллельно операционный усилитель с положительной и отрицательными обратными связями. В момент переключения

положительная связь преобладает над отрицательной и контур возбуждается. Колебания не успевают достичь насыщения, как осуществляется измерение мгновенного значения. Такая система может иметь большое усиление. Если при переключении системы параметры выбраны такие, что возбуждение не осуществляется, а только уменьшаются потери в контуре, то наблюдаем обычный затухающий колебательный процесс (рис. 5).

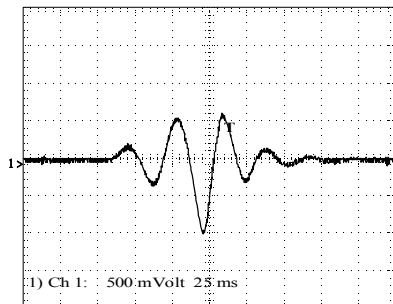


Рис. 4. Осциллограмма: переходная характеристика

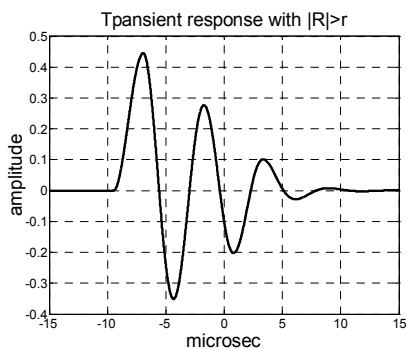


Рис. 5. Реакция системы при  $R=-500\Omega$ ,  $r=400\Omega$ . Остальные параметры как для рис.2

Чтобы изменить масштаб характеристики, необходимо менять все для расчёта указанные параметры. Это недостаток данного аппарата в режиме последовательного анализа.

То, что такая относительно сложная характеристика достигается лишь одним звеном колебательного контура, позволяет осуществить параллельное преобразование в разных частотных поддиапазонах. При этом схемы рис.1 должны быть построены для каждого поддиапазона. Поскольку контур возбуждается входным сигналом нет проблем с большими значениями реактивных элементов.

Система сдвига момента переключения схемы остаётся общей. Такая параллельная система будет иметь хорошее быстродействие, трудно достигаемое для цифровых методов. Может оказаться, что при нехватке времени однократный сигнал удобнее записать в память, а потом путём быстрого многократного цифро-аналогового преобразования реализовать быстрый повторяющийся процесс, создавая возможность использовать предлагаемый скоростной анализатор.

Система, которую рассмотрели, не позволяет усматривать в ней отдельные звенья: стробирующий преобразователь и вейвлет фильтр. Система в целом имеет переходную вейвлет характеристику.

**Разделённые системы.** Системы, состоящие из двух приборов - стробпреобразователя и вейвлет фильтра реального времени, выдвигают только одну проблему: как синтезировать фильтр реального времени с вейвлет динамическими характеристиками в области низких частот? Дальнейшее рассмотрение вопроса посвящено именно этой проблеме. Проблема затрудняется тем, что фильтр в отличие от предыдущего случая возбуждается выходным сигналом стробпреобразователя. Он подключён к выходу стробпреобразователя; следовательно обрабатываемые процессы достаточно медленны и реактивные элементы фильтра должны иметь большие значения. Такой фильтр трудно построить без относительно габаритных навесных конденсаторов и (или) катушек индуктивности. Привлекательность прибора в том, что изменением скорости развёртки стробпреобразователя можно плавно менять масштаб анализируемого сигнала. Таким образом для бесконечного множества частотных поддиапазонов достаточно одного вейвлет фильтра реального времени.

**Вопросы синтеза.** Вейвлет фильтр должен обладать импульсной характеристикой рис. 6 (выбрана действительная часть комплексной Морлет-волны [4]).

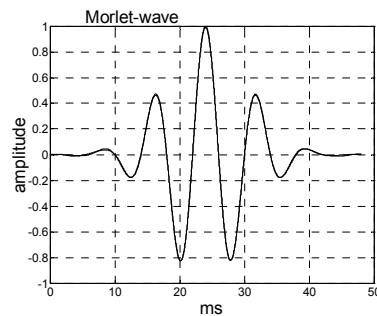


Рис. 6. Морлет-волна

Следовательно, методы, гарантирующие только частотные характеристики фильтра, в данном случае непригодны. Необходимо выбрать физической реализуемый базис функций для качественной аппроксимации необходимой импульсной характеристики. В качестве базиса в принципе подходит LC-линия задержки с отводами от каждого звена [3]. В численном эксперименте установлено, что для качественной аппроксимации (среднеквадратическая погрешность составляет  $1,2 \times 10^{-4}$  от амплитуды волны) необходимо иметь LC-линию, содержащую  $\sim 20$  звеньев. Но при этом проблема возникает с реализацией индуктивностей и ёмкостей больших номиналов. Если допустить, что стробоскопическое изображение должно содержать не менее 100 точек (мгновенных значений) измеряемого сигнала и повторяться со скоростью 20 циклов в секунду, то наименьшая частота повторения анализируемого сигнала составит 2 kHz. Это будет частотным ограничением прибора с низу; ограничение со стороны больших частот повторения определит стробпреобразователь. Именно низкие частоты повторения требуют большие номиналы базовой линии. В данном случае (рис. 6) максимальная частота

спектра волны в численном эксперименте оказалась  $F_{\max}=140$  Hz.

Для LC-линий задержки максимальная частота определяется формулой:  $\omega_{\max} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ . Отсюда

получаем  $LC=5,17 \cdot 10^{-6}$ . Т.е. если принять, что индуктивность имеет величину 1 Н, то ёмкость составляет более 5  $\mu\text{F}$ . Реализация таких величин в прямом виде связано с большими габаритами, что не приемлемо. Задача решается с применением хорошо известных гираторов [6,7], которые позволяют катушки индуктивности заменить конденсаторами, причём большие индуктивности конденсаторами относительно малых значений. Как известно, одна индуктивность с незаземлёнными концами реализуется при помощи двух гираторов, а качественный гиратор содержит два операционных усилителя.

Следует также снизить значения применяемых конденсаторов. Это реализуется проще, так как у всех конденсаторов один конец заземлён. Традиционный интегратор на операционном усилителе при нулевом значении входного резистора преобразует масштаб величины конденсатора; необходимая величина устанавливается регулировкой усиления на операционном усилителе.

Базовую линию содержащую множество звеньев таким образом можно построить, однако задачу по её оптимизации нельзя считать решённой.

## Заключение

Синтез стробирующих фильтров является ещё нерешённой задачей. В данной работе приведён только пример расчёта переходной характеристики заданной схемы. Но не дана методика выбора схемы,

удовлетворяющая определённые частотно-временные требования для фильтра.

Синтез вейвлет фильтра с использованием гираторов тоже нуждается в оптимизации. Без оптимизации для 20-звоньего базиса потребуется 80 операционных усилителей для реализации 20 эквивалентов индуктивности плюс ещё 20 операционных усилителей для трансформации масштаба конденсаторов.

## Литература

1. **Cody M. A.** Wavelet Analyser. An Alternative to FFT-based Spectrum Analyser // Dr. Dobb's Journal. - M & T Publishing Inc., 1993. – P.9.
2. **Херманис Э. Х., Карклиньш В. Г.** Двусторонние преобразователи сигналов. – Рига: Зинатне, 1980.
3. **Martinet R. K., Morlet J. and Grossmann A.** Analysis of Sound Patterns Through Wavelet Transforms // International J. of Pattern Recogn. and Artificial Intellig, 1987. - V1, No.2. - P. 273-302.
4. **Hermanis E.** Comparison of the physically realizable bases for the synthesis of signals and circuits // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2003. - Nr.1.
5. **Morlet J., Arens G., Fourgeau E. and Giard D.** Wave propagation and sampling theory. Part II: Sampling theory and complex waves // Geophysics, 1982.- No.47. – P. 222-236.
6. **Antoniou A.** Realisation of Gytrators Using Operational Amplifiers, and Their Use in RC-Active-Network Synthesis // Proceedings of the IEE. - 1969. -Vol. 116, No. 11. - P. 1838-1850.
7. **Ahmed M.T. and Roy S.C.D.** Active Inductance Simulation with Grounded Condensers // International Journal of Circuit Theory and Applications. – 1975. - Vol. 3. - P. 371-379.

Pateikta spaudai 2003 05 17

**E. Hermanis. Stroboskopinis poveikių keitiklis // Elektronika ir elektrotechnika.- Kaunas: Technologija, 2003.- Nr.7(49).- P.18-21.**

Aprašomi stroboskopiniai poveikio keitikliai, kurie plačiai naudojami kompiuteriniuose signalų užrašymo įtaisuose. Tokie keitikliai taip pat gali būti taikomi įvairiuose analoginiuose spektro analizuojant, ypač greitaveikiuose. Atskira tokių keitiklių taikymo sritis yra poveikio analizatoriai, kurie savo struktūra gali būti skirstomi į strobuojančiųjų filtrų ir realaus laiko analoginių poveikio filtrų struktūras. Pateikiama teorinė analizė bei eksperimentiniai rezultatai. Įrodoma, kad naujos kartos poveikio keitikliai gali būti plačiai naudojami analoginėse sistemose diapazone nuo 10 ms iki 15  $\mu\text{s}$ . Il.6, bibl.7 (rusų k., santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

**E. Hermanis. Stroboscopic Wavelet Converter // Electronics and Electrical Engineering. - Kaunas: Technologija, 2003. - No. 7(49). - P. 18-21.**

In the majority of the cases wavelet the conversion it is achieved numerically in the computers after the recording of there corresponding data. The continuous spectrum analyzers at the same time do not disappear, although a spectral analysis also can be carried out numerically. The advantages of continuous analyzers remain in their speed and included frequency strip. They are not exception/elimination and it wavelet analyzers [1]. Are shown below the possibilities of construction it wavelet the analyzers of two types with the use of transformation of the time scale of the signal: 1) the strobe filters with the time characteristics, corresponding it wavelet to functions, 2) composite systems, which consist of the separate of strobtransform and continuous it wavelet the filters of real time. In this case strobtransform is used according to the direct designation: transforms by the time scale of the signal. Il. 6, bibl. 7 (in Russian; summaries in Lithuanian, English, Russian).

**Э. Херманис. Стробирующий вейвлет преобразователь // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2003. - № 7(49). - С. 18-21.**

В большинстве случаев вейвлет преобразование осуществляется численно в компьютерах после записи там соответствующих данных. В то же время не исчезают аналоговые анализаторы спектра, хотя спектральный анализ также можно осуществить численно. Преимущества аналоговых анализаторов сохраняются в их быстродействии и охватываемой частотной полосе. Не являются исключением и вейвлет анализаторы [1]. Ниже рассматриваются возможности построения вейвлет анализаторов двух типов с использованием стробирующей трансформации временного масштаба сигнала: 1) стробирующие фильтры со временными характеристиками, соответствующими вейвлет функциям, 2) составные системы, состоящие из отдельных стробпреобразователей и аналоговых вейвлет фильтров реального времени. В данном случае стробпреобразователь используется по прямому назначению: трансформирует временной масштаб сигнала. Ил. 6, библи. 7 (на русском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

DOI: 10.5755/j02.eie.11092