

## Akies rainelės atvaizdo plokštumoje matematinis modeliavimas

E. Paliulis, G. Daunys, V. Vyšniauskas

Šiaulių universitetas

Vilniaus g. 141, 76353 Šiauliai, Lietuva, el. paštas egidijus@tf.su.lt

### Įvadas

Pastaraisiais metais žmonių akių judesiams tirti vis dažniau naudojamos neinvazinės akių judesių matavimo sistemos, pagrįstos akių atvaizdo metodu (videookulografinės). Šių sistemų pranašumas tas, kad galima registruoti trimačius akių judesius ir tyrimų metu tiriamasis nejaučia didelių nepatogumų (invazinės sistemos turi tiesioginį kontaktą su tiriamojo akimis), tai mažiau jį vargina (eksperimentą galima tęsti ilgiau) bei suteikia galimybę eksperimentą atlikti ne tik laboratorinėmis sąlygomis, bet ir natūralioje aplinkoje.

Akies obuolio kampinė padėtis yra svarbiausia nustatant žiūros linijos kryptį. Akies obuolio judesius galima aprašyti trimis judesiais (trimačiais judesiais): horizontaliuoju, vertikaluoju ir sukties (akies obuolio pasisukimas apie žiūros liniją) [1].

### Tyrimų tikslas

Taikant videookulografinį metodą, vaizdo kameromis gauti akių vaizdų kadrai įrašomi į kompiuterio diskini kaupiklį. Jie analizuojami specialiomis programomis, kurios nustato vyzdžio centro koordinatas, o pagal jas apskaičiuojami horizontalūs bei vertikalūs akių judesiai. Sukties judesiui apskaičiuoti vien vyzdžio centro koordinatų neužtenka, todėl tokiam judesiui nustatyti dažniausiai naudojami rainelėje esantys segmentai [2,3]. Analizuojant videookulografiniu metodu gautus kadrus buvo pastebėta, kad, judant akiai, keičiasi vyzdžio bei rainelės forma vaizdo kadruose. Šio tyrimo tikslas – išsiaiškinti vyzdžio, rainelės bei joje esančių segmentų formos kitimo specifiką ir dėsningumus.

### Metodika

Aprašysime trimatį akies matematinį modelį. Tuo tikslu pasinaudosime sferos lygtimi:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2; \quad (1)$$

čia  $x_0, y_0, z_0$  – sferos centro koordinatės;  $R$  – kreivumo spindulys.

Akies obuolio paviršių, neįskaitant ragenos dalies, galima traktuoti kaip sferinį paviršių, kurio kreivumo spindulys  $R_0$ . Lygtys supaprastės, jeigu sferos centrą sutapdinsime su koordinatų pradžios tašku:

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = 0. \quad (2)$$

Tuo atveju akies obuoliui gauname lygtį:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R_0^2. \quad (3)$$

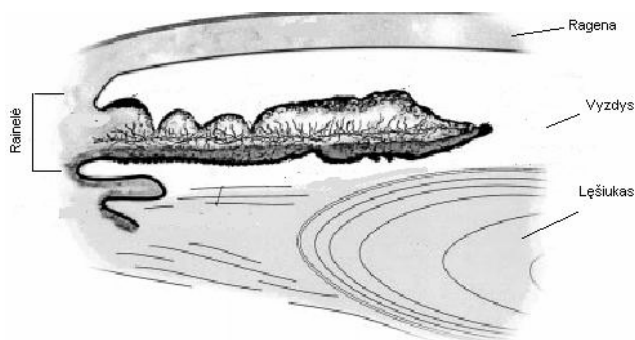
Akies rageną aprašome kitu sferiniu paviršiumi, kurio kreivumo spindulys  $R_R$ , o centras pasislinkęs nuo akies obuolio centro  $z$  ašies kryptimi dydžiu  $z_R$ . Gauname lygtį:

$$x^2 + y^2 + (z - z_R)^2 = R_R^2. \quad (4)$$

Iš (2) ir (4) lygčių gauname sistemą, kurios sprendiniai aprašo apskritimą, esantį sferų susikirtimo vietoje ir vadinamą limbu. Akies rainelė yra limbo plokštumoje, kaip pavaizduota 1 paveiksle, ir yra lygiagreti su  $xy$  plokštuma.

Lygčių sistemos sprendinio patogu ieškoti cilindrinėje koordinatų sistemoje. Limbo padėtį nusakys  $z_L$  – atstumas nuo akies obuolio centro iki rainelės plokštumos (vyzdžio centro),  $r_L$  – limbo apskritimo spindulys,  $\alpha$  – kampas tarp spindulio, einančio iš vyzdžio centro į limbo tašką, ir  $x$  ašies.

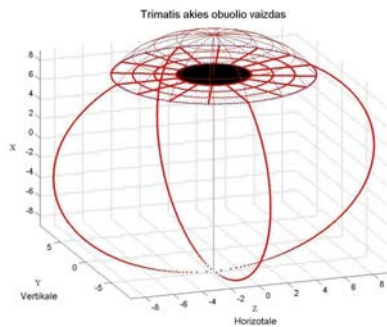
Akies matematiniam modeliui sudaryti reikalingi akies obuolio ir jo elementų duomenys bei parametrai pateikti 1 lentelėje [1]. Gautas trimatis akies modelis pavaizduotas 2 paveiksle.



1 pav. Akies skersinis pjūvis [2]

1 lentelė. Akies parametrai

Akies parametras	Dydis, mm
Akies obuolio ilgis	24,3
Akies obuolio spindulys	11,25
Ragenos kreivumo spindulys	7,7
Vyzdžio skersmuo	2,5÷8



2 pav. Matematinis akies modelis

Trimačio matematinio akies modelio taškai po posūkių apskaičiuojami naudojantis kvaternionų matematika [4,5,6], todėl galima modeliuoti visus tris posūkius (horizontalųjį, vertikalųjį ir sukčius). Kvaternionai aprašomi formulėmis

$$q = \begin{pmatrix} q_0 + i \cdot q_3, & q_2 + i \cdot q_1 \\ -q_2 + i \cdot q_1, & q_0 - i \cdot q_3 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

kur  $q_0 = \cos(\alpha)$ ;  $q_1 = n_x \cos(\alpha)$ ;  $q_2 = n_y \cos(\alpha)$ ;  $q_3 = n_z \cos(\alpha)$ ; čia  $n_x, n_y, n_z$  posūkio ašies krypties vienetinio vektoriaus  $\vec{n}$  projekcijos į x, y ir z ašis ( $n_x$  atitinka sukčius judesį,  $n_y$  vertikalųjį ir  $n_z$  horizontalųjį judesius);

$$\alpha = \arctg(\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}).$$

Akies modelio judesius galima aprašyti (6) lygtimi:

$$R = q \cdot R_0 \cdot (q^{-1}); \quad (6)$$

čia  $R_0$  – pradinė akies taško padėtis erdvėje;  $R$  – akies taško padėtis po pasukimo.

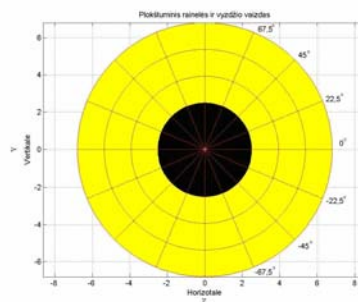
Kaip matyti iš 1 pav., ranelė yra plokščia [1,2,3] ir jos pagrindą sudaro raumuo, kuris gali susitraukti arba išsitempti. Taip gaunamas mažesnis arba didesnis skersmens vyzdys. Akies ranelėje yra matomi pigmentiniai spinduliai, einantys nuo centrinės dalies į pakraščius (toliau juos vadinsime meridianų segmentais).

Videookulografiniu metodu nagrinėjami akies vaizdo kadrai yra plokštuminiai, todėl buvo analizuojama, kaip keičiasi erdvinio akies modelio ranelės projekcija į plokštumą, statmeną žiūros linijai, pateikta 3 pav. Ranelės spindulių atkarpos (pagal realų ranelės vaizdą jas pavadinsime meridianų segmentais) ir lygiagrečių lankai atitinka modelyje esančias spindulių atkarpas ir lygiagrečių lankus. Būtent jų geometrinius pakitimus ir nagrinėsime.

Bus nagrinėjami spindulių atkarpų geometriniai parametrai: ilgis, išlinkimas ir pasvirimo kampo kitimas, taip pat lygiagrečių geometriniai parametrai – forma ir atstumo tarp gretimų lygiagrečių kitimas.

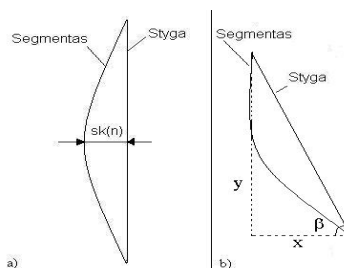
Analizuojamos spindulių atkarpos, kurių pasvirimo kampai lygūs  $0, \pm 22,5, \pm 45, \pm 67,5$  ir  $\pm 90$  laipsnių (žr. 1.3 pav). Atkarpų išlinkimas apskaičiuojamas pagal formulę

$$I_n = \frac{sk_n \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot L}. \quad (7)$$



3 pav. Ranelės plokštuminis vaizdas

Čia  $I_n$  – išlinkimo vertės, laipsniais;  $sk_n$  – atstumo skirtumų vertės tarp stygos, jungiančios deformuotos atkarpos galus, ir pradinės atkarpos (žr. 4 pav, a).  $L$  – nagrinėjamos atkarpos pradinis ilgis.



4 pav. Meridiano segmento išlinkimo (a) ir kampo (b) skaičiavimas

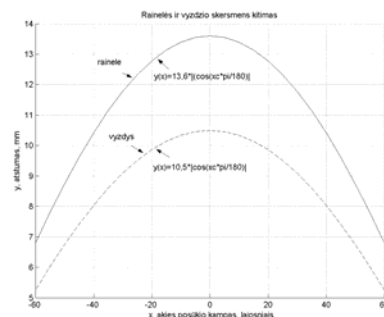
Segmento pasvirimo kampas darant posūkius (žr. 4 pav., b) apskaičiuojamas pagal formulę

$$\beta = \arctg\left(\frac{y}{x}\right). \quad (8)$$

Akių judesiai horizontalia, vertikalia ir įstrižia kryptimi dažniausiai neviršija 30 laipsnių, todėl eksperimento metu maksimalūs posūkiai buvo daromi tokiu kampu.

## Rezultatai

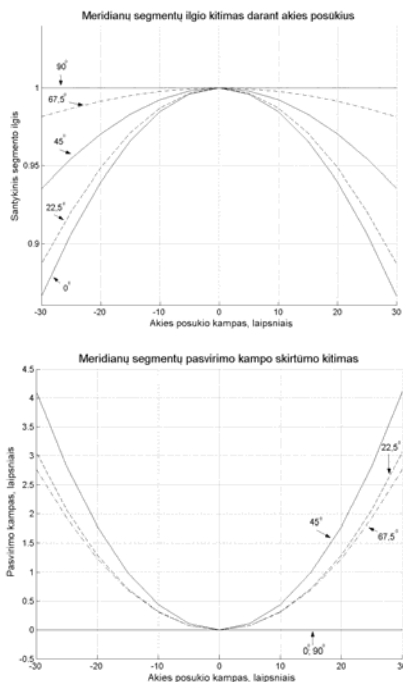
Pirmiausia buvo išnagrinėta vyzdžio ir ranelės kitimo forma. Iš grafiko matyti, kad tiek vyzdys, tiek ranelė, didėjant kampui, siaurėja sukimo kryptimi pagal kosinuso dėsnį (žr. 5 pav.).



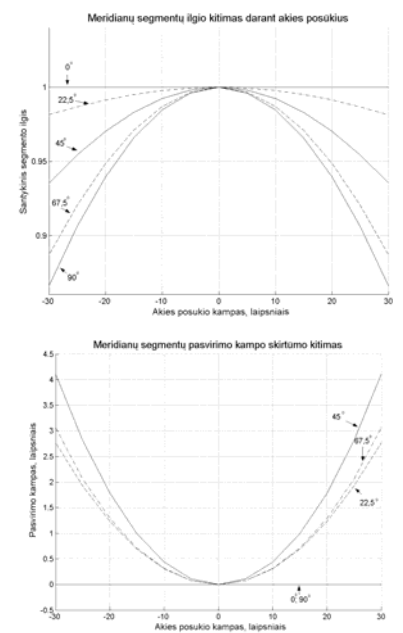
5 pav. Ranelės ir vyzdžio skersmens kitimas

Atliekant horizontaliuosius, vertikaluosius, įstrižuosius bei mišriuosius posūkius  $\pm 30$  laipsnių diapazone, meridianų segmentai neišlinksta, keičiasi tik kai kurių segmentų ilgis ir pasvirimo kampas. Meridianų segmentų

ilgio ir kampo kitimas atliekant horizontaliuosius posūkius pateiktas 6 pav.



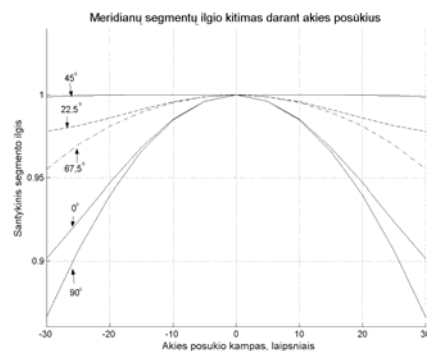
6 pav. Horizontalieji posūčiai



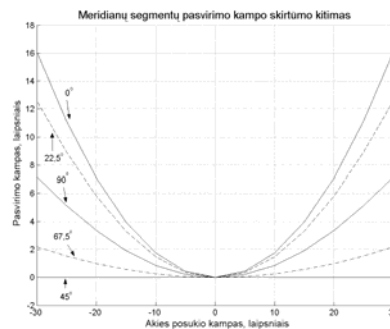
7 pav. Vertikalieji posūčiai

Meridianų segmentų ilgio kitimas, atliekant vertikaluosius posūkius, pateiktas 7 pav. Horizontaliųjų ir vertikalųjų posūkių grafikai yra panašios formos. Kampų skirtumų kitimas skiriasi tik esant  $\pm 22,5$  ir  $\pm 67,5$  laipsnio. Esant kitiems kampams yra identiškas. Ilgių kitimas yra identiškas abiem atvejais, tačiau esant priešingiems kampams. Kaip matome iš grafikų, ilgis kinta pagal kosinuso dėsnį, o kampų skirtumas – pagal parabolės dėsnį.

Įstrižiesiems posūkiams gauti vienu metu ( $\pm 30$  intervale) atlikti horizontalūs ir vertikalūs judesiai. Rezultatai pateikti 8 pav. ir 9 pav.

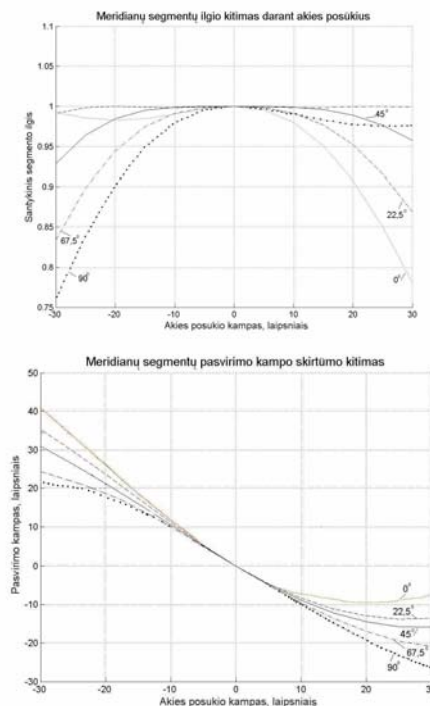


8 pav. Įstrižieji posūčiai



9 pav. Įstrižieji posūčiai

Mišriesiems posūkiams gauti vienu metu ( $\pm 30$  intervale) atlikti horizontalūs, vertikalūs ir sukties judesiai. Gauti rezultatai pateikti 1.10 pav.



10 pav. Mišrieji posūčiai

Kaip matyti iš grafikų, labiausiai išsiskiria mišrieji posūčiai. Ilgio kitimas nėra simetriškas, kampų kitimas turi tiesiškumo požymių.

## Išvados

Sukurtas universalus trimatis matematinis akies modelis, kuriuo galima modeliuoti trijų rūšių posūkius (horizontalųjį, vertikalųjį, sukties), kaip ir realios akies.

Akies posūkiams aprašyti panaudota kvaternionų matematika.

Akies modelis panaudotas rainelės geometrijai tirti, tačiau jį galima naudoti ir kitiems tyrimams.

Akies modelį sukant  $\pm 30$  laipsnių diapazone, rainelėje esantys meridianų segmentai neišlinksta.

Įvertinus grafikus, galima teigti:

- ✓ vyzdys ir rainelė didėjant kampui siaurėja sukimo kryptimi pagal kosinuso dėsnį.
- ✓ Lygiagrečių lankai, didėjant kampui, siaurėja sukimo kryptimi ir lygiagretės artėja viena kitos. Šie pokyčiai vyksta pagal kosinuso dėsnį.
- ✓ Horizontaliųjų, vertikalųjų bei įstrižųjų posūkių grafikai panašūs savo forma bei kitimo dėsningumais. Ilgis kinta pagal kosinuso dėsnį, o kampų skirtumas – pagal parabolės dėsnį.
- ✓ Pasukus koordinacių sistemą taip, kad akies judėjimo kryptis sutaptu su X ašimi, gaunami meridianų segmentų ilgių ir kampų skirtumų grafikai, tokius pat kaip horizontalaus judesio atveju.

- ✓ Sukant koordinacių sistemą tokiu pat kampu kaip ir sukties judesys, galima panaikinti sukties judesio įtaką žiūros linijos nustatymui.

Filmuojant realią akį, šviesa nuo rainelės sklinda per tarpkamerinį skystį ir rageną. Šių terpių lūžio rodikliai skiriasi nuo oro. Todėl realiuose vaizduose rainelė yra labiau deformuota. Tai tolesnio tyrimo objektas.

## Literatūra

1. **Abraitis P., Illert M. ir kt.** Žmogaus fiziologija. – Kaunas: Kauno medicinos universiteto leidykla, 2002. – P. 75-99.
2. **Richard P. Wildes** Iris Recognition: An Emerging Biometric Technology // Proceedings of The IEEE. – 1997. – Vol. 85, No. 9. – P. 1348-1363.
3. **James P. Ivens, Porrill J.,** A deformable model of the human iris for measuring small three-dimensional eye movements // Machine Vision and Applications. – 1998. – 11. – P. 42-51.
4. **Tweed D., Vitis T.** Implications of rotational kinematics for the oculomotor system in three dimensions // J. Neurophysiol. – 1987. – 58. – P. 832-849.
5. **Daunys G., Kapoula Z., Paliulis E.** Akies posūkio erdvinių koordinacių nustatymas elektromagnetiniu metodu // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2002. – Nr. 3(38). – P. 7-11.
6. **Haslwanter T.** Mathematics of Three – Dimensional Eye Rotations // Vision Research. – 1995. – Vol. 35, No. 12. – P. 1727-1739.

Pateikta spaudai 2003 12 16

**E. Paliulis, G. Daunys, V. Vyšniauskas. Akies rainelės atvaizdo plokštumoje matematinis modeliavimas // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004. – Nr. 2(51). – P. 74-77.**

Sukurtas universalus trimatis matematinis akies modelis, kuriuo galima modeliuoti trijų rūšių posūkius (horizontalųjį, vertikalųjį, sukties), kaip ir realios akies. Matematinis modelis įgyvendintas MATLAB programų paketu. Akies posūkiams aprašyti panaudota kvaternionų matematika. Sukurtas akies matematinis modelis panaudotas rainelės geometrijai tirti, tačiau jį galima naudoti ir kitiems tyrimams. Atlikus tyrimus pastebėta, kad vyzdys ir rainelė, didėjant akies posūkio kampui, siaurėja sukimo kryptimi pagal kosinuso dėsnį. Akies modelį sukant  $\pm 30$  laipsnių diapazone, rainelėje esantys meridianų segmentai neišlinksta. Maksimalus meridianų segmentų ilgio pokytis neviršija 13 procentų (keičiasi pagal kosinuso dėsnį), o pasvirimo kampas – 4 laipsniai nuo pradinio (keičiasi pagal parabolės dėsnį). Lygiagrečių lankai, didėjant akies posūkio kampui, siaurėja sukimo kryptimi pagal kosinuso dėsnį, o atstumai tarp lygiagrečių mažėja ir kinta pagal kosinuso dėsnį. Sukant koordinacių sistemą tokiu pat kampu kaip ir sukties judesys, galima panaikinti sukties judesio įtaką žiūros linijos nustatymui. Sukties judesys sugriauna harmoninį segmentų ilgio ir kampo kitimą. Il. 10, bibl. 6 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

**E. Paliulis, G. Daunys, V. Vyšniauskas. A Mathematical Simulation of Iris Planar Image // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. – No. 2(51). – P. 74-77.**

The universal three-dimensional mathematical model of eye was developed, for modeling three-dimensional eye rotations (horizontal, vertical and torsion). The model was implemented by MATLAB programming tool. The quaternion mathematic was used for eye rotations modeling. The model was used for analysis of geometric parameters of the iris. By the experiments we found out, when rotation was growing, the iris and the pupil became narrow by cosine law to the direction of rotations. The meridians of the iris weren't buckle, when rotations range was  $\pm 30$  deg. The maximal change of the meridians length was 13 percent (was changing by cosine law) and the maximal change of the angle 4 deg. from initial (was changing by parabola law). When rotation was growing, the hoops of the bars became narrow by cosine law to the direction of rotations and the distance between the hoops of the bars decreased by cosine law. There is possible to eliminate influence of torsion to line of sight by rotating system of axes to the same angle and direction as torsion. Torsion destroyed harmonic changes of length and angle of meridians. Ill. 10, bibl. 6 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English, Russian).

**Е. Палиулис, Г. Даунис, В. Вишняускас. Математическое моделирование изображения радужной оболочки глаза в плоскости // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. – № 2(51). – С. 74-77.**

Разработана универсальная трёхмерная математическая модель глаза, с помощью которой возможно моделирование вертикального, горизонтального и вращательного движения глаза, как и у реального глаза. Математическая модель создана с использованием программного пакета MATLAB. Для описания поворотов глаза использована математика кватернионов. В основном модель глаза создавалась для исследования изменения геометрической формы радужной оболочки глаза, но может применяться и в других исследованиях. В ходе экспериментов с математической моделью обнаружено, что зрачок, радужная оболочка глаза и параллели в радужной оболочке сужаются по закону косинуса в направлении поворота глаза. При повороте глаза в пределах  $\pm 30$  град. искривление меридианов радужной оболочки глаза ненаблюдалось, максимальное изменение длины меридиана не превышает 13 процентов, а изменение угла наклона меридиана по отношению к начальному не превышает 4 град. и они изменяются по закону косинуса относительно поворота глаза. Ил. 10, библи. 6 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

DOI: 10.5755/j02.eie.10977