

## Elektroninės sistemos skystai terpei tirti matematinis modelis

**J. Daunoras, A. Knyš**

*Valdymo technologijų katedra, Kauno technologijos universitetas*

*Studentų g. 48, LT-51367 Kaunas, Lietuva, tel. +370 37 300251, el. paštas dekeaf@ktu.lt*

**J. Sadzevičius**

*VĮ „Pieno tyrimai“*

*Tilžės g. 18, LT-3022 Kaunas, Lietuva, el. paštas graumena@kaunas.omnitel.net*

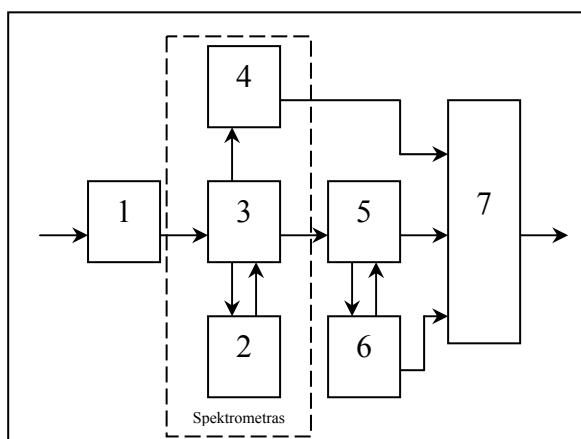
### Įvadas

Pagal ES reikalavimus eksportuojama pieno produkcija turi būti griežtai kontroliuojama. Papildomas vandens kiekis piene daugelyje šalių traktuojamas kaip pieno falsifikavimas. Papildomas vanduo gerokai sumažina pieno vertę, nes padidėja produkcijos savikaina, mažiau pagaminama produkcijos, be to, jis turi įtakos bakteriniam pieno užterštumui. Dėl šių priežasčių pieno perdirbėjui svarbu žinoti, ar piene nėra pašalinio vandens, o jei yra, tai kiek. Tai galima nustatyti matuojant pieno užšalimo temperatūrą [1].

Mūsų darbo tikslas – sudaryti ir išanalizuoti [2] aprašomos kompleksinės elektroninės tyrimo sistemos matematinį modelį.

### Netiesioginis pieno užšalimo temperatūros nustatymas

Mūsų gauti tyrimo rezultatai [2] rodo, kad pieno užšalimo temperatūrą galima prognozuoti remiantis jo sudėtimi bei specifiniu elektriniu laidumu. Mūsų sudaryta struktūrinė sistemos schema pieno užšalimo temperatūrai tirti pavaizduota 1 pav.



1 pav. Struktūrinė sistemos schema

Pirmame paveiksle pažymėta: 1 – homogenizatorius komponentams tolygiai paskirstyti visame tūryje; 2 – IR

spindulių šaltinis; 3 – sudėties matavimo kiuvetė; 4 – IR spindulių detektorius; 5 – specifinio elektrinio laidumo matavimo kiuvetė; 6 – specifinio elektrinio laidumo matavimo signalo formavimo ir registravimo blokas; 7 – informacijos apdorojimo ir skaičiavimo blokas

Tiriamas pieno bandinys prieš matavimą homogenizuojamas homogenizatoriumi 1, kad pieno riebalai ir baltymai tolygiai pasiskirstytų visame jo tūryje. Po homogenizavimo į sudėties matavimo kiuvetę 3 patekęs bandinys apšvitinamas IR spinduliais 2, kurių pernešamas energijos pokytis registruojamas detektoriumi 4. Tuo pat metu pieno specifinis elektrinis laidumas matuojamas kiuvetėje 5. Elektrinis laidumas matuojamas ir registruojamas bloke 6. Informacija iš 4 ir 6 surenkama ir apdorojama skaičiavimo bloke 7. Čia analizuojami ir pateikiami galutiniai tiriamojo bandinio sudėties ir užšalimo temperatūros matavimo rezultatai.

Sistemai (1 pav.) sudaryti galima panaudoti filtrinius [2] arba Furjė (Fourier) spektrometrus [5], kurie tenkina šiuo metu pieno sudėties parametru matavimui keliamus reikalavimus. Prijungus bloką 6 (1 pav.) ir pakeitus informacijos apdorojimo bloko 7 valdymo programą, sistemą galima taikyti įvairiems pieno parametrams matauti bei užšalimo temperatūrai nustatyti vienu metu.

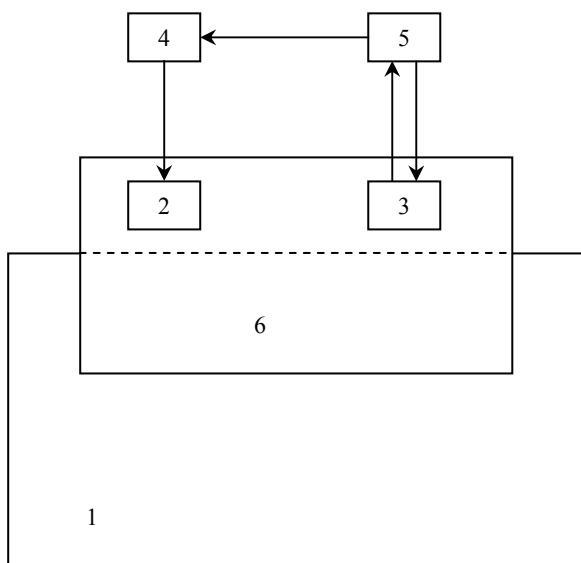
Sistemos (1 pav.) matematiniam modeliui sudaryti galime pasinaudoti lygtimi [2], siejančia pieno užšalimo temperatūros ir pieno sudėties parametrus. Todėl būtina nustatyti lygties koeficientus  $a_0...a_4$ . Tam tikslui galima panaudoti termistoriniu - krioskopiniu metodu gautus matavimo rezultatus.

### Termistorinis-krioskopinis pieno užšalimo temperatūros nustatymo metodas

Nustatant pieno užšalimo temperatūrą pamatiniu termistoriniu-krioskopiniu metodu [1], pieno mėginys (~2,5 ml) sušaldomas į ledą (iki  $-3^{\circ}\text{C}$  temperatūros) ir suskaldomas. Suskaldymo momentu tiriamojo mėginio temperatūra pakinta ir tampa lygi kristalizacijos temperatūrai. Ji išmatuojama ir užregistruojama. Tokio automatinio krioskopo su mėginių tiekimo konvejeriu tyrimo greitis tėra 15...20 mėginių per valandą, arba apie 150 mėginių per dieną. Pagal pateikiamus užsakymus per darbo dieną reikia iširti 3...4 tūkst. bandinių. Taigi dėl

nepakankamo spartumo šis metodas netinka kasdieniam laboratoriniam pieno tyrimui. Kaip matome, šis iki šiol plačiausiai naudojamas termistorinis-krioskopinis metodas turi trūkumų: užšalimo temperatūros nustatymas termistoriniu krioskopu nėra automatizuotas ir trunka 3...4 min vienam bandiniui iširti. Todėl mes siūlome naują metodą (1 pav.), kuriuo būtų galima matuoti visus parametrus bei netiesioginiu būdu nustatyti pieno užšalimo temperatūrą. Tokia tyrimo sistema tuo pat metu būtų galima atlikti du tyrimus – pieno sudėties ir užšalimo temperatūros nustatymo. Kaip rodo tyrimas, bendras sudėties parametru matavimas ir užšalimo temperatūros skaičiavimas truktų apie 10 s.

Mūsų pasiūlyta ir sudaryta termistorinio krioskopo struktūrinė shema pateikta 2 pav.



**2 pav.** Termistorinio krioskopo struktūrinė schema: 1 – mėgintuvėlio šaldymo vonia; 2 – skaldyklė; 3 – puslaidininkinis termistorius; 4 – skaldyklės valdymo blokas; 5 – krioskopo valdymo bei duomenų surinkimo ir apdorojimo blokas

Tyrimui sunaudojama ~2,5 ml pieno. Prietaise palaikoma pastovi pieno peršaldymo temperatūra, nes mėginio kristalizacija sustiprinama ne įmetus ledo kristalėlių, o vibracija. Šiems krioskopams kalibruoti naudojami standartiniai sacharozės tirpalai. Krioskope užšalimo temperatūros matavimo schema jungia Uitstono tiltelį 5, termistorių 3 ir galvanometrą. Užšalimo temperatūra nustatoma 0,001 °C tikslumu. Mėgintuvėlis su tiriamuoju mėginiu fiksuojamas šaldymo įrenginyje 1, kad šaldymo skysčio ir mėginio lygiai mėgintuvėlyje būtų lygūs. Maišyklė 2, skirta mėginiui maišyti, virpa žemojo dažnio (~50 Hz) mažos švytavimo amplitudės virpesiais, kol prasideda kristalizacija. Kristalizacijai paspartinti maišyklė 2 pradeda virpinti didesnės amplitudės aukštesnio (~100 Hz) dažnio virpesiais. Matavimo rezultatai fiksuojami, kai galvanometro rodyklė pasiekia kraštinę dešiniąją padėtį.

## Matematinis modelis pieno užšalimo temperatūrai nustatyti

Kaip parodėme anksčiau [2], pieno užšalimo temperatūrą galima apskaičiuoti remiantis pieno sudėties parametrais bei pieno laidžiu (1):

$$UT = a_0 + a_1 * R + a_2 * B + a_3 * L + a_4 * K ; \quad (1)$$

UT– prognozuojama užšalimo temperatūra; R– riebalų kiekis, %; B– baltymų kiekis, %; L– laktozės kiekis, %; K– laidis, mS\*cm<sup>-1</sup>; a<sub>0</sub>...a<sub>4</sub>– regresinio modelio koeficientai.

Matematinio modelio koeficientai a<sub>0</sub>...a<sub>4</sub> gali būti apskaičiuojami mažiausių kvadratų metodu [3], leidžiančiu susieti nepriklausomus kintamuosius su analizuojamu parametru. Nagrinėjamu atveju nepriklausomi kintamieji būtų pieno sudėties parametrai – riebalų, baltymų, laktozės kiekis piene (proc.) bei pieno laidis (mS\*cm<sup>-1</sup>).

Užrašę (1) lygtį bendresne matematine forma, gauname (2):

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_k X_k. \quad (2)$$

Ši formulė matricine forma bus

$$Y = X * A. \quad (3)$$

Pagal (4) formulę, užrašytą matriciniu pavidalu, galime apskaičiuoti modelio koeficientus [3]

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y ; \quad (4)$$

čia

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} & \dots & x_{1K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} & \dots & x_{nK} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \dots & x_{Nk} & \dots & x_{NK} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Čia X – laisvųjų narių matrica, t.y. riebalų, baltymų, laktozės ir laidžio skaitinės vertės, o Y – priklausomojo nario (pieno užšalimo temperatūros, gautos panaudojus termistorinį – krioskopinį metodą) vektorius, A – apskaičiuotų koeficientų vektorius [3].

Atlikus skaičiavimus pagal (4) formulę mažiausių kvadratų metodu, gauti modelio koeficientai (2 lent.) ir jų standartiniai nuokrypiai (3 lent.).

Modelio tikslumas įvertintas 99%, apskaičiuotosios užšalimo temperatūros standartinis nuokrypis – 0,0013 (4 lent.).

1 lent.

Pvz.Nr.	Riebalai	Baltymai	Laktozė	Laidis	UT kriosk.	UT	UT skaič.	Skirtumas
1	2.692	1.855	6.926	7.09	536	-0.536	536	0
2	2.953	2.406	6.142	6.62	498	-0.498	499	1
3	3.465	2.43	5.939	7.92	532	-0.532	532	0
4	3.275	2.005	6.352	7.53	532	-0.532	533	1
5	4.645	2.657	6.546	6.46	538	-0.538	539	1
6	2.954	2.321	6.68	6.95	528	-0.528	529	1
7	2.886	2.187	6.244	6.83	506	-0.506	506	0
8	2.744	3.021	6.031	7.35	514	-0.514	514	0
9	3.02	2.219	6.271	6.59	504	-0.504	503	-1
10	3.713	2.276	6.376	7.12	534	-0.534	532	-2

2 lent.

Regresiniai koeficientai:					
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	Laisvasis narvs	Riebalai	Baltymai	Laktozė	Laidis
Koeficientas	-0,0186124	-0,0152676	-0,006087	-0,04071	-0,025754

4 lent.

$R^2$	0,9961
Std.dev.	0,0013

3 lent.

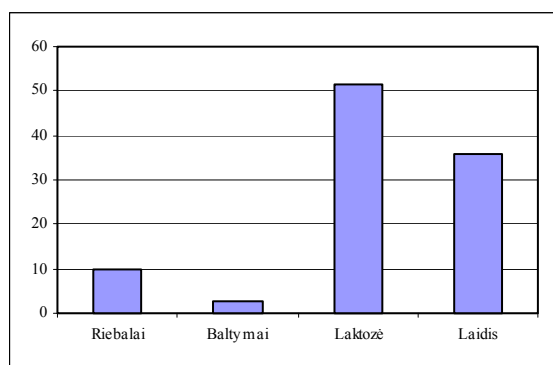
Koeficiento stand. pakl.	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
	0,0181243	0,0007539	0,0016271	0,00184	0,001018

5 lent.

Komponento įtaka:	
Riebalai	9,8
Baltymai	2,8
Laktozė	51,3
Laidis	36,0

Įvertinus kiekvieno iš nepriklausomų kintamųjų reikšmingumą (1) lygtyje [6], gauta (3 pav.), kad didžiausią įtaką turi pieno laktozės ir specifinio elektrinio laidumo pokytis. Atitinkamai kiekvieno nepriklausomo parametro (riebalų, baltymų, laktozės ir specifinio elektrinio laidumo) įtaka užšalimo temperatūrai pasiskirstė taip: riebalai – 9,8%, baltymai – 2,8%, laktozė – 51,3%, konduktyvumas – 36,0% (5 lent.).

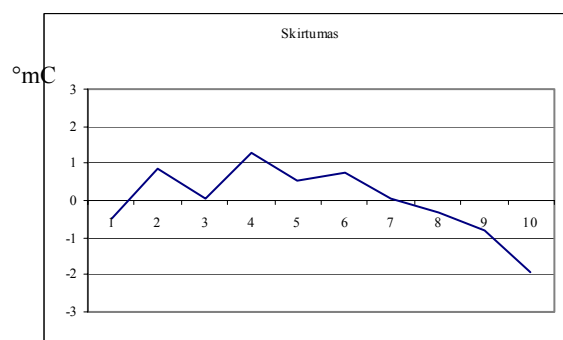
1 lent. pateikiamas matematinio modelio koeficientų apskaičiavimo pavyzdys. Tyrimui panaudota 10 mėginių. Kaip matome, šiame pavyzdyje pieno užšalimo temperatūra kinta nuo  $-0,498^{\circ}\text{C}$  iki  $-0,538^{\circ}\text{C}$  ir skiriasi tik  $\pm 0,020^{\circ}\text{C}$  nuo priimtos Lietuvoje ribinės pieno užšalimo temperatūros ( $-0,520^{\circ}\text{C}$ ), kuriai esant sakoma, kad piene nėra pašalinio vandens. Ši temperatūra nustatyta remiantis ilgalaikiais stebėjimais ir matavimais bei atsižvelgiant į Europos Sąjungoje nustatytas pieno užšalimo temperatūros ribines vertes [4].



3 pav. Pieno komponentų įtaka pieno užšalimo temperatūros skaičiavimo rezultatai

4 pav. pateiktas grafinis pamatiniu krioskopiniu metodu ištirtų mėginių ir matematiškai apskaičiuotų pieno užšalimo temperatūrų skirtumų atvaizdavimas. Kaip matome, maksimalus skirtumas tarp apskaičiuotos ir krioskopiniu metodu išmatuotos pieno užšalimo temperatūros yra  $0,002^{\circ}\text{C}$ .

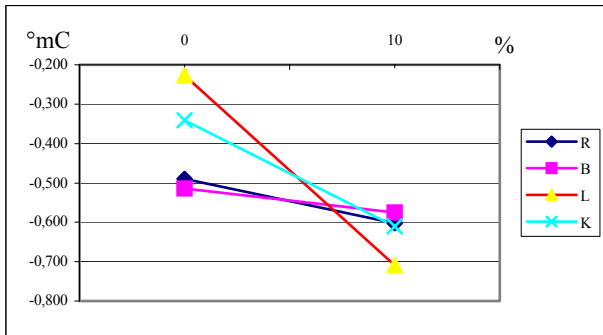
5 pav. parodyta, kaip kinta apskaičiuojama pieno užšalimo temperatūra leistuose ribose kintant pieno sudėčiai (5 pav.). Kaip matome, didžiausią įtaką apskaičiuojamos pieno temperatūros rezultatui turi pieno laidžio pokytis (kreivė K), kiek mažesnę – laktozės (kreivė L) ir visai mažą – pieno riebalų ir baltymų (kreivės R ir B atitinkamai) pokytis.



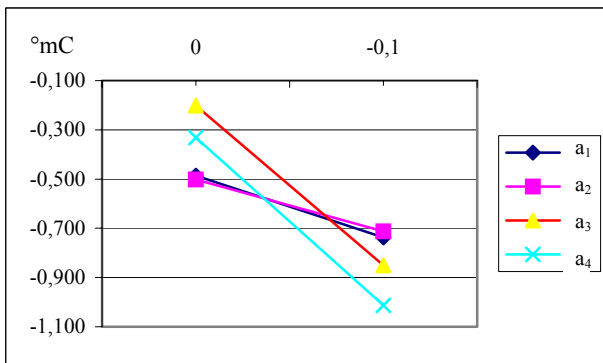
4 pav. Pamatiniais metodais ir tiriamąja sistema ištirtų bandinių rezultatų skirtumas

6 pav. pavaizduota, kokią įtaką apskaičiuojamai pieno užšalimo temperatūrai (ordinačių ašis) turi (1) polinomo koeficientų  $a_1...a_4$ , apskaičiuojamų pagal (4) formulę (jų reikšmės pateiktos 2 lent.), pokytis (abscisų ašis). Kaip matome iš 6 pav., didžiausią įtaką apskaičiuojamos temperatūros pokyčiui turi koeficientai  $a_4$  ir  $a_3$ , kurie

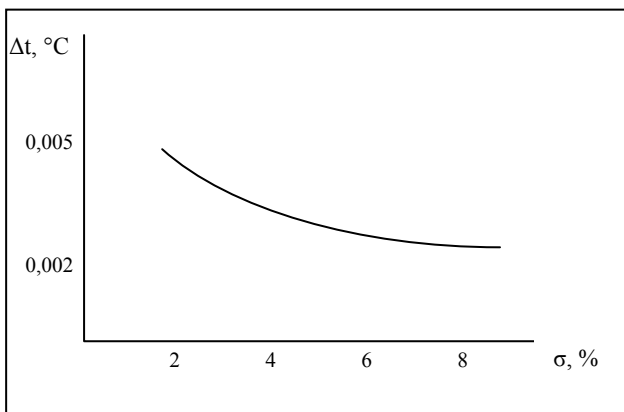
nusako laktozės ir laidžio įtaką apskaičiuojamos pieno užšalimo temperatūros vertei. Laktozės koeficientui  $a_3$  pakitus nuo 0 iki -0,1 apskaičiuota temperatūros vertė pakito nuo  $-0,200^{\circ}\text{C}$  iki  $-0,875^{\circ}\text{C}$ . Laidžio koeficientui  $a_4$  pakitus nuo 0 iki -0,1, apskaičiuota temperatūros vertė pakito nuo  $-0,325^{\circ}\text{C}$  iki  $-1,050^{\circ}\text{C}$ . Koeficientai  $a_2$  ir  $a_1$ , nusakantys riebalų ir baltymų įtaką apskaičiuojamai temperatūros vertei, turi kur kas mažesnę reikšmę, jiems pakitus apskaičiuojama temperatūra kinta mažiau (6 pav.).



5 pav. Apskaičiuotos pieno užšalimo temperatūros priklausomybė nuo nepriklausomų kintamųjų R, B, L, K



6 pav. Apskaičiuotos pieno užšalimo temperatūros priklausomybė nuo modelio koeficientų  $a_1...a_4$



7 pav. Pamatiniais metodais ir tiriamąja sistema ištirtų bandinių rezultatų skirtumų pasiskirstymas keičiantis pašalinio vandens kiekiui piene

7 pav. pavaizduota, kaip kinta apskaičiuojamos pieno užšalimo temperatūros tikslumas keičiantis pašalinio

vandens kiekiui piene. Matome, kad pieno, kuriame nėra pašalinio vandens, apskaičiuojamos ir krioskopiniu metodu nustatytos užšalimo temperatūros skirtumas gali siekti  $0,005^{\circ}\text{C}$ . Piene, kuriame pašalinio vandens yra daugiau kaip 3%, šis skirtumas sumažėja iki  $0,002^{\circ}\text{C}$ .

Apibendrinami šios analizės ir ankstesnių tyrimų rezultatus, galime daryti išvadas:

1. Sistemos, kuria galima matuoti pieno sudėties parametrus ir apskaičiuoti pieno užšalimo temperatūrą vienu metu, matematinis modelis yra 1-os eilės polinomas (1).

2. Atlikus pieno sudėties parametru matavimus mūsų siūloma sistema, maksimalus skirtumas tarp gautų rezultatų ir rezultatų, gautų ištyrus bandinius krioskopu, siekė  $0,002^{\circ}\text{C}$  (4 pav.), standartinis nuokrypis  $0,0013$  (3 lent.), kas tenkina sistemai keliamus tikslumo reikalavimus.

3. Remiantis eksperimentų rezultatais [7] ir 7 pav., galima teigti, kad, didėjant pašalinio vandens kiekiui piene, matavimo tikslumas didėja. Pavyzdžiui, kai piene yra daugiau kaip 3% vandens, maksimalus skirtumas tarp pamatinių metodais ir tiriamąja sistema ištirtų bandinių rezultatų sudarė  $0,002^{\circ}\text{C}$ . Atlikus pakartotinius tyrimus (tų pačių mėginių tyrimas buvo pakartotas 25 kartus), bandinių tyrimo rezultatų pasikartojamumas buvo  $\pm 0,001^{\circ}\text{C}$ . Kaip rodo mūsų atlikto eksperimento rezultatai, matavimo metodas tinkamas normalios sudėties pieno (riebalų – 2...7%, baltymų – 2...5%, laktozės – 3...6%) užšalimo temperatūrai nustatyti. Priešingu atveju, kai pieno sudėties parametrai nepatenka į pateiktas ribas, rezultatų paklaida didėja iki  $0,01^{\circ}\text{C}$ . Tokiu atveju norint gauti tikslią pieno užšalimo temperatūros vertę, bandinį reikėtų tirti krioskopu.

4. Įdiegus siūlomą matavimo sistemą (1 pav.), kurioje du skirtingi matavimo prietaisai – krioskopas ir pieno sudėties matuoklis sujungiami į vieną sistemą, valdomą elektroninės schemos, greičiau nustatoma pieno užšalimo temperatūrą bei sudėtį (apie 30 kartų), o matavimo tikslumas išlieka nepakitęs (7 pav.).

## Literatūra

1. NEN3461, 1982. Milk – Determination of the freezing-point with a thermistor cryoscope (routine method).
2. Knyš A., Daunoras J., Sadzevičius J. Matavimo metodo informacinis modelis pieno užšalimo temperatūros nustatymui // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2002. – Nr.6(41). –P.36-39.
3. Darlington R.B. Regression and linear models. New York: McGraw-Hill, 1990.
4. Pieno supirkimo taisyklės. <http://www.pieno-tyrimai.lt/nauja/taisykles.html>
5. Sadzevičius J., Daunoras J. Spektrometrijos metodo taikymas skysčių analizei // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2001. – Nr. 1(30). – P.75-80.
6. Infrared spectrometry applied to the analysis of the dairy products. Mathematical methods applied to the statistical treatment of spectral data. Anadis Instruments USA, Inc. 1993. – 126 p.
7. Knyš A., Daunoras J., Sadzevičius J. Elektroninė matavimo sistema pieno užšalimo temperatūros tyrimui // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2003. – Nr. 2(44). – P. 77-79.

**J. Daunoras, A. Knyš, J. Sadzevičius. Elektroninės sistemos skystai terpei tirti matematinis modelis // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004. – Nr. 2(51). - P. 59-63.**

Nagrinėjamas pieno užšalimo temperatūros nustatymo sistemos matematinis modelis. Sistemos veikimas pagrįstas koreliacija tarp pieno specifinio elektrinio laidumo (laidžio), pieno sudėties komponentų – pieno riebalų, baltymų, laktozės ir pieno užšalimo temperatūros. Nustatyta, kad sistemos modelis gali būti užrašytas kaip I eilės polinomas, pateikiama polinomo koeficientų skaičiavimo metodika. Pateikiamas pieno užšalimo temperatūros nustatymo krioskopu principas ir siūloma matavimo sistemos, kurios pagrindas yra IR spindulių spektrometras, struktūrinė schema, veikimo principas. Pateikiami eksperimentiniai duomenys, jų analizė. Il. 7, bibl. 7 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų, rusų k.).

**J. Daunoras, A. Knyš, J. Sadzevičius. Mathematical Model of a Liquid Medium Measurement System // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. – No. 2(51). - P. 59-63.**

In this paper a mathematical model of a milk freezing point measurement system is analyzed. The system work is based on correlation between milk composition components (milk fat, proteins and lactose) and milk conductivity. It was determined that mathematical model of the system can be expressed as an 1<sup>st</sup> degree polynom, the calculation of polynom coefficients is presented. Also a cryoscopic method of milk freezing point determination is presented. The principles of measurement system based on IR spectrometry are discussed. The experimental data an analysis are presented. Ill. 7, bibl. 7 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English, Russian).

**Й. Даунорас, А. Кныш, Ю. Садзевичюс. Математическая модель электронной системы для анализа жидкой среды // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. - № 2(51). – С. 59-63.**

Представлен материал об исследовании математической модели системы для определения температуры замерзания молока. Работа системы обоснована корреляцией между параметрами составляющих молока (количества жира, белков, лактозы) и способностью молока пропускать электричество. Показано, что математическая модель может быть записана как полином первой степени, дана методика обнаружения коэффициентов полинома. Представлены принципы определения температуры замерзания молока криоскопическим методом, а также принципы работы системы, основанной на спектроскопии ИК-лучей. Представлены экспериментальные данные и их анализ. Ил. 7, библи. 7 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

DOI: 10.5755/j02.eie.10974