

## Reaktyviojo sinchroninio variklio vektorių diagrama

S. Gečys, A. Kalvaitis, P. Kostrauskas

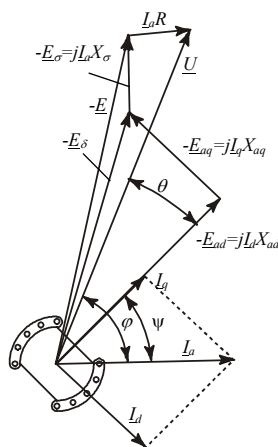
Elektros sistemų katedra, Kauno technologijos universitetas  
Studentų g. 48, LT-51367 Kaunas, Lietuva, tel. +370 37 351318

### Įvadas

Nagrinėjant reaktyviųjų sinchroninių mašinų teoriją labai svarbią reikšmę turi vektorių diagrama. Vektorių diagrama vaizdžiai interpretuoja fizikinius procesus, vykstančius tiriamojoje reaktyviojoje sinchroninėje mašinoje.

Reaktyvioji sinchroninė mašina dažniausiai dirba variklio režimu. Todėl vektorių diagramą nagrinėsime esant šiam režimui. Kadangi tiriamoji sinchroninė mašina yra reaktyvioji, tai variklio žadinimo srovė lygi nuliui ( $I_f = 0$ ).

Vektorių diagrama atitinka simetrinės mašinos vieną fazę. Norint sudaryti klasikinę vektorių diagramą, reikia žinoti: fazinę maitinimo įtampą  $U$ , inkarų srovę  $I_a$ , kampą  $\varphi$  tarp srovės ir įtampos vektorių, taip pat sinchroninės mašinos parametrus: inkarų apvijų aktyviąją varžą  $R$ , inkarų apvijų induktyviąją sklaidos varžą  $X_\sigma$ , skersinę ir išilginę inkarų reakcijos induktyviasias varžas  $X_{ad}$ ,  $X_{aq}$ . Žinodami šiuos sinchroninės mašinos parametrus, galime nubraižyti klasikinę įtampų vektorių diagramą (1 pav.) [1, 2, 3].



1 pav. Klasikinė įtampų vektorių diagrama

Klasikinė reaktyviojo sinchroninio variklio įtampų balanso lygtis:

$$\underline{U} = jL_a X_{ad} I_a + jL_a X_{aq} I_a + jL_a X_{\sigma} I_a + I_a R; \quad (1)$$

čia  $I_a$  – išilginė inkarų apvijų srovė;  $I_q$  – skersinė inkarų apvijų srovė.

Sinchroninio reaktyviojo variklio apkrovos kampas:

$$\theta = \arctan \frac{U X_q - I_a (R^2 + X_d X_q) \sin \varphi}{U R - I_a (R^2 + X_d X_q) \cos \varphi}. \quad (2)$$

Žinodami variklio apkrovos kampą  $\theta$ , galime surasti kampą  $\Psi$  tarp sinchroninės mašinos skersinės ašies ir srovės vektoriaus:

$$\Psi = \varphi - \theta. \quad (3)$$

Turėdami šiuos parametrus, galime nubraižyti klasikinę įtampų vektorių diagramą (1 pav.).

Nustatyti reaktyviojo sinchroninio variklio parametrus  $X_{ad}$ ,  $X_{aq}$  ir  $X_{\sigma}$  yra sudėtinga, be to, jie nustatomi nepakankamai tiksliai.

### Variklio vektorių diagrama

Pateikiama reaktyviojo sinchroninio variklio įtampų vektorių diagrama, kurioje nenaudojami sunkiai nustatomi parametrai  $X_{ad}$  ir  $X_{aq}$ , bei įvertinami galios nuostoliai magnetolaidyje  $P_{Fe}$ .

Diagramai braižyti naudojami tokie pat pradiniai duomenys kaip ir klasikinei įtampų vektorių diagramai, tačiau atsisakoma  $X_{ad}$  ir  $X_{aq}$  parametrų. Papildomai pasinaudojama aktyviąja varža  $R_{Fe}$ , kuri yra proporcinga magnetiniams nuostoliams.

Šiuo atveju variklio įtampų balanso lygtis:

$$\underline{U} = jL_a X_{\delta} I_a + I_a R_{\delta} + jL_a X_{\sigma} I_a + I_a R + I_a R_{Fe}; \quad (4)$$

čia  $X_{\delta} = X k_a \cos \beta$  – inkarų reakcijos induktyvioji varža;  $R_{\delta} = X k_a \sin \beta$  – inkarų reakcijos aktyvioji varža;  $k_a$  – lauko formos koeficientas;  $\beta$  – kampas tarp

magnetinio srauto pirmosios harmonikos ir inkaro srovės vektorių.

Reaktyviojo sinchroninio variklio induktyviają varžą  $X$  apskaičiuojame pagal žinomą formulę [4]:

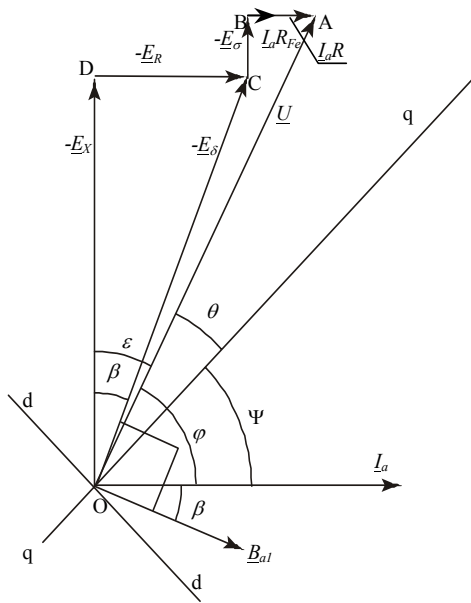
$$X = \frac{4m_1 f_1 \mu_0 l \tau (w_1 k_{w1})^2}{\pi k_\mu \delta' p}; \quad (5)$$

čia  $m_1$  – fazių skaičius;  $w_1$  – fazės apvijos vijų skaičius;  $k_{w1}$  – fazės apvijos koeficientas;  $f_1$  – dažnis;  $p$  – polių porų skaičius;  $\tau$  – poliaus žingsnis;  $l$  – statoriaus paketo ilgis;  $k_\mu$  – išotinio koeficientas;  $\delta'$  – skaičiuojamasis oro tarpo ilgis.

Kadangi žinome variklio maitinimo įtampą  $U$ , srovę  $I_a$  ir kampą tarp jų vektorių, tai galime atidėti šiuos vektorius (2 pav.).

Žinodami variklio inkaro apvijos aktyviają varžą  $R$  ir magnetinių nuostolių aktyviają varžą  $R_{Fe}$ , atidedame įtampos kritimą inkaro apvijos aktyviojoje varžoje  $R$  ir magnetinių nuostolių aktyviojoje varžoje  $R_{Fe}$ :

$$\vec{BA} = \underline{I}_a R_{Fe} + \underline{I}_a R. \quad (6)$$



2 pav. Patikslinta reaktyviojo sinchroninio variklio įtampų vektorių diagrama

Žinodami inkaro apvijos sklaidos induktyviają varžą  $X_\sigma$ , galime atidėti įtampos kritimą inkaro apvijos sklaidos induktyviojoje varžoje  $X_\sigma$  (2 pav.):

$$\vec{CB} = -\underline{E}_\sigma = j \underline{I}_a X_\sigma. \quad (7)$$

Sujungę tašką O su C, gausime įtampos kritimą inkaro reakcijos varžoje  $Z_\delta$ :

$$\vec{OC} = -\underline{E}_\delta = \underline{I}_a Z_\delta. \quad (8)$$

Nuo įtampos kritimo  $\underline{I}_a Z_\delta$  stačiu kampu atidedame oro tarpo magnetinio srauto tankio pirmosios harmonikos

vektorių  $\underline{B}_{a1}$ ; gausime kampą  $\beta$  tarp vektoriaus  $\underline{B}_{a1}$  ir srovės vektoriaus  $\underline{I}_a$  (2 pav.).

Oro tarpo elektrovaros kompleksą  $-\underline{E}_\delta$  padalinę iš srovės komplekso  $\underline{I}_a$ , gausime inkaro reakcijos kompleksinę varžą  $Z_\delta$ :

$$\underline{Z}_\delta = \frac{-\underline{E}_\delta}{\underline{I}_a}. \quad (9)$$

Inkaro reakcijos pilnutinę varžą  $Z_\delta$  galime išreikšti taip:

$$Z_\delta = \sqrt{X_\delta^2 + R_\delta^2}; \quad (10)$$

čia  $X_\delta = X k_a \cos \beta$ ;  $R_\delta = X k_a \sin \beta$ .

Iš čia:

$$Z_\delta = \sqrt{(X k_a \cos \beta)^2 + (X k_a \sin \beta)^2},$$

$$Z_\delta = \sqrt{(X k_a)^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta)}, \quad Z_\delta = X k_a.$$

Gauname inkaro reakcijos lauko formos koeficiento išraišką:

$$k_a = \frac{Z_\delta}{X}. \quad (11)$$

Apskaičiuojame varžų  $X_\delta$  ir  $R_\delta$  vertes (10). Įtampų kritimai šiose varžose:

$$\vec{OD} = -\underline{E}_X = j \underline{I}_a X_\delta, \quad \vec{DC} = -\underline{E}_R = \underline{I}_a R_\delta,$$

$$\underline{E}_\delta = \underline{E}_X + \underline{E}_R.$$

Vektorių diagramoje atidedami šie įtampų kritimų vektoriai (2 pav.).

Kampas  $\Psi$  apskaičiuojamas nuosekliųjų žingsnių metodu [5, 6] pagal išraišką:

$$\tan \beta = \left( 1 - \frac{B_q}{B_a} \right) \sin(\pi \alpha) \sin\left(\frac{\Psi}{\tau} 2\pi\right) / \left\{ \pi \alpha - \sin(\pi \alpha) * \right.$$

$$\left. * \cos\left(\frac{\Psi}{\tau} 2\pi\right) + \frac{B_q}{B_a} \left[ \pi(1 - \alpha) + \sin(\pi \alpha) \cos\left(\frac{\Psi}{\tau} 2\pi\right) \right] \right\}; \quad (12)$$

čia  $B_a$  – magnetinio srauto tankis oro tarpe;  $\alpha$  – poliaus lanko koeficientas;

$B_q = (B_{q1} + B_{q2})/2$ ;  $B_{q1} = \frac{2}{\tau - b} \int_0^{\frac{\tau-b}{2}} B(x) dx$  – kai rotorius išilginė ašis sutampa su statoriaus lauko ašimi;

$B_{q2} = \frac{2}{\tau - b} \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{\tau}{2}} B(x) dx$  – kai rotorius skersinė ašis sutampa su statoriaus lauko ašimi;  $b$  – poliaus antgalio ilgis.

Apskaičiuojame kampą  $\Psi$ , nuo srovės vektoriaus  $\underline{I}_a$

atidedama sinchroninės mašinos skersinė ašis q-q ir išilginė ašis d-d (2 pav.).

Žinodami kampą  $\Psi$ , apskaičiuojame apkrovos kampą  $\theta$ :

$$\theta = \varphi - \Psi. \quad (13)$$

Kaip matome, gautoji įtampų vektorių diagrama analogiška klasikinei įtampų vektorinei diagramai, tik čia įtampos kritimas inkaro reakcijos varžoje  $Z_{\delta}$  išskaidomas kitais vektoriais ir įvertinamas įtampos kritimas magnetinių nuostolių aktyviojoje varžoje  $R_{Fe}$ .

### Matematinis eksperimentas

Reaktyviųjų sinchroninių mašinų skersinė ir išilginė sinchroninės induktyviosios varžos  $X_d$  ir  $X_q$  yra nustatomos eksperimentiškai. Šias varžas nustatant, skirtingais metodais,  $X_d$  ir  $X_q$  vertės gali skirtis iki 10%.

Taigi šios varžos gali kisti gana plačiame diapazone, o nuo šių varžų nustatymo tikslumo priklauso ir kitų skaičiuojamųjų charakteristikų tikslumas.

Tarkime, tiriamosios reaktyviosios sinchroninės mašinos parametrai yra tokie: maitinimo įtampa  $U = 220$  V; inkaro apvijos srovė  $I_a = 0,300$  A; kampas  $\varphi = 70,0^\circ$ ; inkaro apvijos aktyvioji varža  $R = 70,0 \Omega$ ; išilginė sinchroninė induktyvioji varža  $X_d = 1200 \pm 120 \Omega$ ; skersinė inkaro reakcijos induktyvioji varža  $X_q = 700 \pm 70 \Omega$ .

Pasinaudodami (2) formule apskaičiuojame apkrovos kampą  $\theta$ . Skaičiavimų rezultatus surašome į 1 lentelę.

Iš pateiktų skaičiavimų matome, kad apkrovos kampas  $\theta$  priklauso nuo to, kokių tikslumu nustatome išilginę ir skersinę sinchronines induktyviasias varžas  $X_d$  ir  $X_q$ . o šio kampo vertė turi įtakos vektorių diagramos vektorių moduliams ir padėčiai erdvėje.

**1 lentelė.** Apkrovos kampo  $\theta$  kitimas, keičiantis išilginei ir skersinei sinchroninėms induktyviosioms varžoms  $\pm 10\%$

$X_d, \Omega$	$X_q, \Omega$	$\theta, ^\circ$
1080	770	43,3
1200	700	49,7
1320	630	54,1

Braižant reaktyviosios sinchroninės mašinos vektorių diagramą pagal šiame darbe pateiktą metodiką, nereikia naudotis sudėtingai nustatomomis skersine ir išilgine sinchroninėms induktyviosiomis varžomis  $X_d$  ir  $X_q$ .

Kadangi klasikiniu būdu braižydami vektorių diagramą nevertinome variklio galios nuostolių magnetolaidyje, tai ir pagal šią metodiką skaičiuodami tarsim, kad  $R_{Fe} = 0 \Omega$ .

Apskaičiuojame reaktyviojo sinchroninio variklio induktyviają varžą  $X$ , naudodamiesi (5) išraiška. Ši varža nustatoma eksperimentiškai  $\pm 5\%$  tikslumu.

Skaičiavimų pradiniai duomenys: variklio maitinimo įtampa  $U = 220$  V; inkaro apvijos srovė  $I_a = 0,300$  A; kampas  $\varphi = 70,0^\circ$ ; inkaro apvijos aktyvioji varža  $R = 70,0 \Omega$ ; inkaro sklaidos induktyvioji varža  $X_{\sigma} = 80,0 \Omega$ ; sinchroninė induktyvioji varža  $X = 1300 \pm 65 \Omega$ .

Skaičiavimų rezultatai pateikiami 2 lentelėje.

**2 lentelė.** Apkrovos kampo  $\theta$  kitimas, keičiant induktyviają varžą  $X \pm 5\%$

$X, \Omega$	$k_a$	$R_{\delta}, \Omega$	$X_{\delta}, \Omega$	$\theta, ^\circ$
1235	0,512	174,3	607,8	55,7
1300	0,487	174,5	608,5	55,7
1365	0,464	174,6	608,8	55,7

Kiti apskaičiuoti dydžiai: kampas  $\beta = 16^\circ$ ; oro tarpo elektrovara  $E_{\delta} = 190$  V; inkaro reakcijos pilnutinė varža  $Z_{\delta} = 633 \Omega$ .

Kampą  $\Psi$  apskaičiuojame nuosekliųjų žingsnių metodu naudodamiesi (12) formule. Šioje išraiškoje santykis  $\frac{B_q}{B_a}$  nustatomas su  $\pm 10\%$  paklaida. 3 lentelėje pateikiami skaičiavimų rezultatai.

**3 lentelė.** Apkrovos kampo  $\theta$  kitimas, keičiant santykį  $B_q/B_a \pm 10\%$

$B_q/B_a$	$\theta, ^\circ$
0,18	56,7
0,2	55,7
0,22	54,5

Iš 1 lentelės rezultatų matome, kad variklio apkrovos kampas  $\theta$ , apskaičiuotas klasikiniu metodu, kinta intervale  $[43,3^\circ; 54,1^\circ]$  (1 lentelė) dėl išilginės ir skersinės sinchroninių induktyviųjų varžų  $X_d$ ,  $X_q$  nustatymo tikslumo. Naudojantis šiame darbe pateikiama metodika kampas  $\theta$  kinta intervale  $[54,5^\circ; 56,7^\circ]$  (3 lentelė). Taigi taikydami šią metodiką vektorių diagramą nubraižome tiksliau, nes kampas  $\theta$  mažiau reaguoja į matuojamų dydžių paklaidas.

### Išvados

Oro tarpo magnetinio srauto tankio sukurtas elektrovaros vektorius  $\underline{E}_{\delta}$  klasikinėje teorijoje skaidomas į įtampų kritimus inkaro reakcijos induktyviosiose varžose  $X_{ad}$  ir  $X_{aq}$ . Šias varžas nustatyti yra labai sudėtinga ir gaunamos gana didelės paklaidos. Vertindami kampą  $\beta$  (kampas tarp magnetinio srauto tankio pirmosios harmonikos ir srovės vektorių), galime oro tarpo magnetinio srauto tankio elektrovaros vektorių  $\underline{E}_{\delta}$  išskaidyti į įtampų kritimus varžose  $R_{\delta}$  ir  $X_{\delta}$ .

Išilginė ir skersinė inkaro reakcijos induktyviosios varžos pakeičiamos kompleksine inkaro reakcijos varža,

kuri nustatoma iš oro tarpo magnetinio lauko analizės. Šios kompleksinės varžos realioji dalis proporcinga variklio aktyviajai elektromagnetinei galiai, o menamoji dalis – jo reaktyviajai galiai.

Šioje pateikiamoje vektorių diagramoje, be variklio galios nuostolių statoriaus apvijoje, vertinami ir magnetiniai nuostoliai. Manoma, kad būtų galima vertinti visus galios nuostolius sinchroninėje mašinoje, bet čia reikalingi papildomi tyrimai.

#### Literatūra

1. Ferraz C.A.M.D., de Souza C.R. Measuring the parameters of a cage-rotor reluctance synchronous motor // Canada Conference on Electrical and Computer Engineering. – Toronto, Canada, 2001. – Vol.2 –P. 775–780.

2. Кононенко Е. В. Синхронные реактивные машины. – Москва: Энергия, 1970. – 208 с.
3. Gieras J. F., Gieras J. A. Electrical energy utilization. – Torun, MADO, 1998. – 245 p.
4. Вольдек А. И. Электрические машины. – Ленинград: Энергия, 1978. –832 с.
5. Kostrauskas P., Kalvaitis A. Reaktyviųjų sinchroninių mašinų savybės // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 1998. – Nr. 1(14). – P. 58 – 63.
6. Kostrauskas P., Kalvaitis A. Reaktyviosios sinchroninės mašinos parametrai // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2000. – Nr.3(26).- P. 25 – 28.

Pateikta spaudai 2003 11 12

#### S. Gečys, A. Kalvaitis, P. Kostrauskas. Reaktyviojo sinchroninio variklio vektorių diagrama // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004. – Nr. 2(51).–P. 29-32.

Oro tarpo magnetinio srauto tankio sukurtas elektrovaros vektorius  $\underline{E}_\delta$  klasikinėje teorijoje skaidomas į įtampų kritimus inkaro reakcijos induktyviosiose varžose  $X_{ad}$  ir  $X_{aq}$ . Šias varžas nustatyti yra sudėtinga ir gaunamos gana didelės paklaidos. Vertindami kampą  $\beta$  (kampas tarp magnetinio srauto tankio pirmosios harmonikos ir srovės vektorių), oro tarpo magnetinio srauto tankio elektrovaros vektorių  $\underline{E}_\delta$  galime išskaidyti į įtampų kritimus varžose  $R_\delta$  ir  $X_\delta$ . Braižant klasikinę vektorių diagramą, reikia žinoti: fazinę maitinimo įtampą, inkaro srovę, kampą tarp srovės ir įtampos vektorių, inkaro apvijos aktyviają varžą ir sklaidos induktyviają varžą, skersinę ir išilginę inkaro reakcijos induktyviasias varžas. Žinodami šiuos sinchroninės mašinos parametrus, galime braižyti klasikinę įtampų vektorių diagramą. Pateikiama reaktyviojo sinchroninio variklio įtampų vektorių diagrama, kurioje nenaudojami sunkiai nustatomi parametrai  $X_{ad}$  ir  $X_{aq}$ , bei įvertinami galios nuostoliai magnetolaidyje  $P_{Fe}$ . Variklio apkrovos kampas  $\theta$  apskaičiuotas klasikiniu metodu, kinta  $[43,3^\circ; 54,1^\circ]$  intervale, jei išilginė ir skersinė sinchroninės induktyviosios varžos  $X_d$ ,  $X_q$  kinta  $\pm 10\%$ . Naudojantis šiame darbe pateikiama metodika, apkrovos kampas  $\theta$  kinta  $[54,5^\circ; 56,7^\circ]$  intervale. II. 2, bibl. 6 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

#### S. Gečys, A. Kalvaitis, P. Kostrauskas. Vector Diagram of Reluctance Synchronous Motor // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. – No. 2(51). – P. 29-32.

In the classical theory the vector  $\underline{E}_\delta$  of electromotive force induced by air-gap magnetic flux density is being resolved into the voltage drops trends in reactances  $X_{ad}$  and  $X_{aq}$ . The determination of these reactances are complicated and it gives great errors. Estimating an angle  $\beta$  (angle between the first harmonic of air-gap magnetic flux density and current vectors) it is possible the air-gap magnetic flux density electromotive force vector  $\underline{E}_\delta$  to resolve into the voltage drops trends in resistance  $R_\delta$  and reactance  $X_\delta$ . The phase supply voltage, the armature current, the angle between vectors of current and voltage, the active and leakage reactances, of armature winding and the armature reaction reactances are need to know in order to draw the classical vector diagram. The vector diagram of synchronous reluctance motor is presented, in which active power losses in the magnetic circuit is estimated but the reactances  $X_{ad}$  and  $X_{aq}$  did not used. The calculated load angle  $\theta$  of the motor according to the classical method changes from  $43.3^\circ$  till  $54.1^\circ$  while the direct-axis and quadrature-axis synchronous reactances  $X_d$ ,  $X_q$  changes within  $\pm 10\%$  limits. According to the method which is presented in this article the load angle  $\theta$  changes from  $54.5^\circ$  till  $56.7^\circ$ . III. 2, bibl. 6 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

#### С. Гячис, А. Калвайтис, П. Костраускас. Векторная диаграмма реактивного синхронного двигателя // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. – № 2(51). – С. 29-32.

Вектор электродвижущей силы  $\underline{E}_\delta$ , обусловленной магнитной индукцией в воздушном зазоре, в классической теории принято разлагать на падения напряжений в индуктивных сопротивлениях реакции якоря  $X_{ad}$  и  $X_{aq}$ . Определение данных индуктивных сопротивлений связано с определёнными трудностями и невысокой точностью. Предлагается более рациональный подход с помощью угла  $\beta$  (угол между векторами основной гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре и тока якоря) разложить вектор  $\underline{E}_\delta$  на падения напряжений в сопротивлениях  $R_\delta$  и  $X_\delta$ . При построении классической диаграммы реактивного синхронного двигателя требуется располагать: фазным напряжением, фазным током якоря, углом между векторами тока и напряжения, активным сопротивлением обмотки якоря, индуктивным сопротивлением рассеяния якоря, поперечным и продольным реактивными сопротивлениями якоря. Предлагается новая векторная диаграмма реактивного синхронного двигателя, учитывающая магнитные потери в магнитопроводе  $P_{Fe}$ , без использования трудно определяемых параметров  $X_{ad}$  и  $X_{aq}$ . Угол нагрузки  $\theta$ , определённый по классическому методу, находится в интервале  $[43,3^\circ; 54,1^\circ]$  при условии, что вариация  $X_d$  и  $X_q$  составляет  $\pm 10\%$ . Используя методику настоящей работы, вариация угла нагрузки снизилась до  $[54,5^\circ; 56,7^\circ]$ . Ил. 2, библи. 6 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).