

## Анализ помехоустойчивости многоуровневых каскадных кодов в среде MATLAB

У. Мадар, А. Синюк, Э. Лоссмани

Таллинский технологический университет, Институт радиотехники и техники связи  
эл. почта eriklos@lr.ttu.ee

### Введение

Практическая помехоустойчивость передачи информации в каналах с шумами и помехами зависит от выбора канальных сигналов и от типа корректирующих кодов. Помехоустойчивость канала передачи от информационного потока на входе до выходного потока у потребителя информации обычно называют сквозной. Даже при простых моделях передачи возникает много вычислительных трудностей определения кривых сквозной помехоустойчивости. Особенно большие трудности при составлении формул расчёта сквозных кривых возникают при использовании многоступенчатых каскадных кодов. Для преодоления расчётных трудностей хорошим средством является моделирование в среде MATLAB. Особенно ценным является моделирование в среде MATLAB потому, что кроме кривых помехоустойчивости можно сравнивать входные и выходные потоки информационных символов и на основе этого определять сквозную помехоустойчивость. В добавок MATLAB позволяет проверять некоторые теоретические предпосылки. Если в канале использовать различные М-ступенчатые каскадные коды и различные канальные сигналы, то получим целую серию кривых помехоустойчивости, на основе анализа которых не так уж и легко выбрать оптимальные варианты составных компонентов.

В данной статье предлагаем несколько упрощённую методику итеративного расчёта эквивалентной вероятности ошибочности символа для выбора структуры многокаскадного кода.

### Анализ сквозной помехоустойчивости

Для составления методик сквозной помехоустойчивости применяем упрощённую модель канала передачи, приведённую на рисунке 1.

Входной информационный поток кодируется М-ступенчатым каскадным кодом и передаётся на вход канального модулятора для выбора канальных сигналов, который связан с непрерывным каналом (либо гауссовый канал, либо канал с замираниями). На канал влияют шумы и помехи. На выходе

непрерывного канала передачи сигналы демодулируются в канальном демодуляторе и декодируются декодером М-ступенчатого каскадного кода, и получается выходной инфопоток  $X^*$ . Каскадирование кодов – это многоуровневое перекодирование с добавлением лишних символов. Каскадирование может производиться либо последовательно, либо параллельно (Л.2). Принципиально можно каскадировать много раз, хотя в практике ограничиваются двумя, тремя разами. Каскадирование можно компоновать начиная с внутреннего первого кода и до последнего М кода:  $i \in [1, \dots, M]$ .

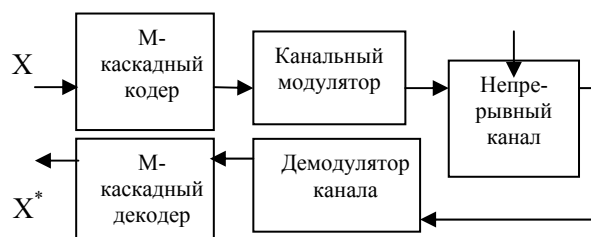


Рис. 1. Обобщённая модель передачи

Пусть без помехоустойчивого кода канальными сигналами обеспечивается априорная ошибочность символов  $\mu_0$ . Если в канал передачи добавить первый внутренний кодек, тогда обеспечивается ошибочность символов  $\mu_1$ . Если теперь к первому внутреннему кодеку добавить второй внутренний кодек, тогда обеспечивается ошибочность  $\mu_2$ . Наконец, последним внешним кодом обеспечивается ошибочность  $\mu_M$ . Очевидно, имеет место закономерность:

$$\mu_{i+1} = f_i(\mu_i), \quad i \in [0, \dots, M-1]. \quad (1)$$

Наверняка, имеет смысл добавить ступени каскадирования, если обеспечивается вариационный ряд:

$$\mu_0 > \mu_1 > \mu_2 > \mu_3 > \dots > \mu_M. \quad (2)$$

Если реализовать практическую модель канала передачи согласно формулы (1), и если результаты не

будут согласовываться с (2), тогда следует уменьшить число вложенных кодеков, так как они не улучают кривые помехоустойчивости.

Основой расчёта сквозных кривых помехоустойчивости являются базовые кривые помехоустойчивости канальных сигналов:

$$\mu_0 \left( \frac{S}{M} \right). \quad (3)$$

При расчёте базовых кривых необходимо учитывать различные априорные условия. Простым при этом является метод простого пересчёта (Л. 1). После этого можно для расчёта одной точки сквозной помехоустойчивости применять нелинейный итеративный метод по формуле (1).

Авторы этой статьи предлагают методику для расчёта точек сквозной помехоустойчивости последовательного М-ступенчатого кода при помощи нелинейной итерации. Для этого сначала рассчитаем  $\mu_1$  для структуры канала, который состоит из непрерывного канала и первого внутреннего кодека. Структура представлена на рисунке 2.

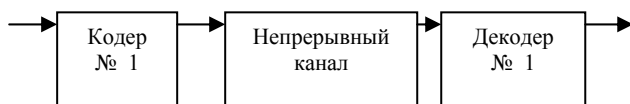


Рис. 2. Структура № 1

Непрерывный канал обеспечивает  $\mu_0$ . Если первый внутренний кодек исправляет все ошибки до кратности  $q_1$ , тогда первым внутренним кодеком обеспечивается эквивалентная вероятность ошибочности символов (Л. 4):

$$\mu_1 \approx \frac{1}{k_1} \sum_{j=q_1+1}^{n_1} C_{n_1}^j \mu_0^j (1-\mu_0)^{n_1-j}, \quad (4)$$

где  $k_1$  число инфосимволов кодека № 1,  $n_1$  общее число символов кодека № 1.

Если М-ступенчатый каскадный код имеет равномерную последовательную структуру: т.е. каждый вложенный внутренний код исправляет ошибки до кратности  $q_i$ , тогда можем использовать итеративную формулу:

$$\mu_{i+1} \approx \frac{1}{k_{i+1}} \sum_{j=q_{i+1}+1}^{n_{i+1}} C_{n_{i+1}}^j \mu_i^j (1-\mu_i)^{n_{i+1}-j}. \quad (5)$$

Если структура М-ступенчатого кода не равномерная и последовательная, тогда на каждой итерации надо применять свою формулу. Очень часто расчёт базовых кривых представляет трудности. Корректно эти базовые кривые можно рассчитать для простых дискретных методов модуляции. Например, для дискретно: -амплитудной, -фазовой, -частотной, -ортогональной и -относительной фазовой модуляции. Для сложных методов модуляции, например для 32-

QAM, можно рассчитать корректно нижние и верхние предельные кривые помехоустойчивости (Л. 3). Вместо расчётных базовых кривых можно применять кривые полученные в среде MATLAB.

Результаты моделирования имеют случайный характер. Значит начальную базовую ошибочность символа  $\mu_0 \left( \frac{S}{M} \right)$  при фиксированном отношении сигнал/шум в интервале  $[a, \dots, b]$ :  $\frac{S}{M} \in [a, \dots, b]$ , можно заменить оценкой  $\mu^*[0]$ . Эта оценка имеет распределение плотности вероятности  $W_0^*(z)$  и при каждой очередной вложенности кодека соответствует согласно формуле (6):

$$\mu^*[i] \mapsto W_i^*(z). \quad (6)$$

В лучшем случае эти оценки не имеют систематическую погрешность, т.е. их средние значения удовлетворяют условиям:

$$\overline{\mu^*[i]} = \mu_i, i \in [0; 1; \dots; M]. \quad (7)$$

Декодирование многоступенчатого каскадного кода начинается с первого внутреннего. После первого этапа декодирования исключаются лишние избыточные символы первого внутреннего кода. На каждом этапе декодирования происходит уменьшение общего числа символов. Очевидно, возможно увеличение дисперсии оценок согласно:

$$\sigma_0^2 < \sigma_1^2 < \dots < \sigma_M^2. \quad (8)$$

Из формул (4) и можно учётом (5) найти, что:

$$\sigma_{i+1}^2 < \frac{1}{k_{i+1}^2 2\pi k \overline{\mu[i]} (1 - \overline{\mu[i]})} \sigma_0^2, \quad (9)$$

где  $\sigma_0^2$  - есть дисперсия оценки базовой кривой в одной точке.

Таким образом на каждом шаге вложенности необходимо сравнивать две случайные величины с различными дисперсиями. Можно применять различные критерии, но можно и устанавливать доверительные интервалы (Л. 7), задавать меру совпадений и по этому принимать решение о разумном усложнении (вложенности) структуры многоступенчатого каскадного кода.

## Применение MATLAB для моделирования

Приведённую выше теорию ошибочности символов, на основании вложенности кодеков в канале передачи, реализовано и проанализировано посредством программного обеспечения MATLAB версии 6.5.

Симулирование моделей каналов передачи производилось в среде MATLAB при помощи программных модулей Simulink, Communication Toolbox и Communication Blockset. Эта среда позволяет

получить результаты моделирования либо в виде кривых сквозной помехоустойчивости (BER от отношения S/M в непрерывной части канала передачи) путём сравнения входного и выходного инфопотоков, либо в виде прямого сравнения результатов (message error). При однократном испытании модели результат прямого сравнения является случайной величиной, но позволяет при соответствующей организации моделирования выяснить тонкостные аспекты помехоустойчивости компонент модели.

Корректность выполнения процессов моделирования и получения результатов для анализа с помощью программы MATLAB под сомнение не ставились. Однако результаты моделирования имеют определённый случайный характер из-за конечного объёма данных моделирования.

В данной работе моделирование в среде было проведено следующим образом. Внутренняя модель канала передачи с модулятором и демодулятором был выполнен при помощи блоков Telecommunication Blockset в SIMULINK. Добавление помехоустойчивых кодов в структуру, приведенную на рисунке 1, выполнялось при помощи блоков Telecommunication Toolbox в среде MATLAB выполнив необходимые

переходы “from Workspace” и “to Workspace”.

Для обоснования формул (4) и (5) составили три структуры простого равномерного последовательного каскадирования помехоустойчивых кодов. Во всех моделях применяли только гауссовую модель (AWGN) непрерывного канала. В начале из библиотеки канальных модуляторов из Telecommunication Blockset был выбран бинарный фазовый модулятор с фазовым сдвигом между двумя канальными сигналами равным  $\pi$ .

Для получения оценок  $\mu^*[0], \mu^*[1]$  и  $\mu^*[2]$  вероятностей  $\mu_0, \mu_1$  и  $\mu_2$  моделировались следующие структуры (Таблица 1).

Моделирование проводилось в диапазоне отношений сигнал\шум от 0,5 dB до 3 dB. Теоретические расчёты проводились при помощи расчетных формул, приведенных в Л. [1.]. В данном случае ограничивались точностью до четырёх значащих чисел мантиссы, так как результаты моделирования имеют некоторый заметный колебательный характер.

Таблица 1.

Непрерывный канал передачи	Внутренний кодек 1. вложения	Внутренний кодек 2. вложения	Оценка
0. Гауссовый (AWGN) канал с БФМ (BPSK)			Базовой вероятности $\mu^*[0]$
1. Гауссовый (AWGN) канал с БФМ (BPSK)	Код Хемминга (7,4)		Вероятности первого вложения $\mu^*[1]$
2. Гауссовый (AWGN) канал с БФМ (BPSK)	Код Хемминга (7,4)	Код BCH (15,7)	Вероятности второго вложения $\mu^*[2]$

Таблица 2.

Гауссовый (AWGN) канал с бинарным фазовым модулятором и демодулятором				
Отношение сигнал\шум в dB	0,5	1	2	Замечания
Теоретическое значение вероятности $\mu_0$	0,01398	0,01092	0,005717	Рассчитывались теоретические базовые значения.
Результаты моделирования $\mu^*[0]$	0,01763	0,01371	0,00628	
Гауссовый (AWGN) канал с бинарным фазовым модулятором и демодулятором, кодом Хемминга (7,4) первого внутреннего вложения				
Отношение сигнал\шум в dB	0,5	1	2	Замечания
Теоретическое значение вероятности $\mu_1$	0,002605	0,0016	0,0004081	теоретические на основе базовых значений
Результаты моделирования $\mu^*[1]$	0,00223	0,001131	0,00031	
Гауссовый (AWGN) канал с бинарным фазовым модулятором и демодулятором, кодом Хемминга (7,4) первого внутреннего вложения, кодом BCH (15,7) второго вложения				
Отношение сигнал\шум в dB	0,5	1	2	Замечания
Теоретическое значение вероятности $\mu_2$	0,0004522	0,0002952	0,00004451	теоретические на основе первого сложения
Результаты моделирования $\mu^*[2]$	0,00012	0,00016	0,000051	

Замечается и увеличение колебательности при увеличении отношения сигнал\шум. Для более подробного наблюдения моделировали кривые сквозной помехоустойчивости в диапазоне отношений сигнал\шум от 0,5 dB до 2dB. Общее число символов применялся в диапазоне 1000 до 1000000. Колебательность кривых сквозной помехоустойчивости было очевидным, но мнению авторов выходило за пределы статистический допустимых даже при общем объеме символов равной 1000000.

Результаты моделирования даны в таблице 2. Теоретические расчёты выполнены на основе формул и методик из (Л.1.,5.,4.).

### Заключение

Таким образом составлена нелинейная итеративная методика расчета сквозной помехоустойчивости канала передачи информации при применении равномерного последовательного

каскадного кода. Методика подтверждена при помощи моделирования различных структур в среде MATLAB 6.5 Можно считать, что методика подтверждена.

### Литература

1. **Мадар У.** Проблемы расчёта кривых сквозной помехоустойчивости. Научные доклады международной конференции. – Каунас: Электроника, 2003.
2. **Clark G. C. jr. , Cain J. B.** Error - Correction Coding for Digital Communications. NewYork, 1987.**Коржик И., Финк Л.М. и др.** Расчёт помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Справочник, 1981.
4. **Васильев К. К. и др.** Декодирование помехоустойчивых кодов. - Ульяновск, 1989.
5. **Stegun M. A., Stegun I. A.** Handbook of Mathematical Functions Whits Formulas, Graphs andMathematical Tables 1972.
6. **ВАН дер Варден.** Математическая статистика 1968-1972.

Pateikta spaudai 2004 03 10

**U. Madar, A. Siniuk, E. Lossman. Daugelio lygio pakopinių kodų atsparumo trikdžiams analizė MATLAB terpėje // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004. – Nr. 4(53). – P. 71-74.**

Analizuojamos trikdžiams atsparių signalų kreivės. Pasiūlytas internetinis skaičiavimo metodas ir apskaičiuota simbolių klaidos tikimybė. Atliktas visų struktūrų modeliavimas skaitmeninei fazinei moduliacijai, nenutrūkstamam gausiniam signalui formuojant nuoseklų pakopinių kodą. Modeliavimui panaudotos MATLAB 6.5 ir SIMULINK tipinės programos. Modeliavimo rezultatai įvertinti teoriškai ir eksperimentiškai. Il. 2, bibl. 6 (rusų kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

**U. Madar, A. Siniuk, E. Lossman. Reliability Analysis of some Concatenated Codes with Channel Coding Models using MATLAB // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. – No 4(53). – P. 71-74.**

Objective of the paper is to discuss a technique for estimation of the reliability of some concatenated codes. The authors propose iterative approach to compute the equivalent symbol error rate for sequential coding using concatenated codes in Gaussian channel with continuous transmission and phase shift keying. Theoretical analysis of the algorithm performance is presented. The proposed algorithm is implemented in MATLAB 6.5 and SIMULINK programming environment. The modelling results support our theoretical considerations. Ill. 2, bibl. 6 (in Russian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

**У. Мадар, А. Синюк, Э. Лоссмани. Анализ помехоустойчивости многоуровневых каскадных кодов в среде MATLAB // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. - № 4(53). – P. 71-74.**

Рассматриваются вопросы расчета кривых сквозной помехоустойчивости и предлагается теоретическая итеративная методика расчета эквивалентной вероятности ошибочности символа для многокаскадного кода с непрерывным каналом передачи. Проведено моделирование всех необходимых структур для многокаскадного кода MATLAB 6.5 и SIMULINK в случае последовательного образования каскадного кода при дискретной фазовой модуляции и гауссового непрерывного канала. Результаты моделирования проанализированы и подтверждение методики можно считать достаточным. Ил. 2, библи. 6 (на русском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).