

## Eismo grafiko optimalaus papildymo uždavinys ir jo sprendimo būdai

**A. Doroševienė, S. Bartkevičius**

Teorinės elektrotechnikos katedra, Kauno technologijos universitetas,  
Studentų g. 48-230, 51367 Kaunas, tel. +370 37 300267, el. p. kat0107@eaf.ktu.lt

**V. Bagdonas**

Valdymo technologijų katedra, Kauno technologijos universitetas,  
Studentų g. 48-320, 51367 Kaunas, tel. +370 37 300291, el. p. Vaclovas.Bagdonas@ktu.lt

### Įvadas

XX a. pabaigoje Europos Sąjungoje transporto šrautai labai išaugo. Vyraujantis vaidmuo čia tenka kelių transportui, kuris pasirodė esąs geriau pritaikytas prie naujosios ekonomikos reikmių. Tai sukėlė nemažą problemų [1]:

1) automobilių grūstys pagrindiniuose keliuose ir miestuose (vien išoriniai kaštai, susiję su transporto grūstimis keliuose, 2000 m. sudarė 0,5 % ES BVP, t. y. apie 56 mlrd. eurų);

2) žalingas poveikis žmonių sveikatai ir aplinkai (transporto priemonių per metus išmetamų anglies dioksido (CO<sub>2</sub>) dujų kiekis 2010 m. gali sudaryti 0,07 % bendrojo atmosferoje esančio šių dujų kiekio);

3) grėsminga nelaimingų atsitikimų keliuose statistika (ES šalių keliuose kasmet žūva apie 41 000 žmonių).

Dabartiniu metu Europos Sąjungos šalių transporto sistemoje vyksta esminė pertvarka, kurios pagrindiniai tikslai, išdėstyti programiniame dokumente [1], yra tokie: sumažinti grūstis, aplinkos taršą, avaringumą. Viena pagrindinių priemonių šiems tikslams pasiekti yra ES šalių geležinkelių „atgaivinimas“, numatantis šiai transporto rūšiai tenkančios krovinių vežimo rinkos dalį per artimiausius 20 metų padidinti nuo 8 % iki 15 %, o keleivių vežimo rinkos dalį – nuo 6 % iki 10 %.

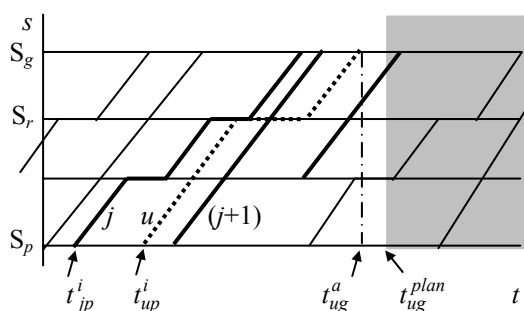
Geležinkelių „atgaivinimas“ numato esminę jų pertvarką, darančią šią transporto rūšį patrauklesnę klientams (keleiviams ir krovinių vežėjams): laisvas riedmenų judėjimas visame ES geležinkelių tinkle (visiškas infrastruktūros ir riedmenų suderinamumas), vežėjų konkurencija, efektyviai veikianti informacinė sistema, lankstūs eismo grafikai.

Šiame straipsnyje nagrinėjama būtent lankstių eismo grafikų formavimo problema. ES direktyvoje 2001/14/EB [2] akcentuojama specialiųjų (*ad hoc*) prašymų aptarnavimo svarba. Specialieji prašymai yra pateikiami norint į sudarytus eismo grafikus įterpti papildomą (anksčiau neplanuotą) maršrutą. Pavyzdžiui, turistinė firma pageidauja nuvežti ekskursantų grupę į kokį nors Europos

kultūros centrą. Traukinys į paskyrimo vietą turi atvykti nustatytos dienos rytą, o iš pradinės stoties išvykti kaip galima vėliau (sugaišti kelyje kaip galima mažiau laiko) ir už eismo grafiko papildymą sumokėti kaip galima mažesnę mokesť.

### Uždavinio formulavimas

Aprašytąją situaciją iliustruoja 1 pav. Jame ištisinėmis (plonomis ir pastorintomis) linijomis parodytas planinis eismo grafikas, į kurį reikia įterpti papildomą (užsakomąjį) maršrutą  $u$ . Traukinys, vykstantis šiuo (pavaizduotu taškine linija) maršrutu, į galinę stotį  $S_g$  turi atvykti laiku  $t_{ug}^{plan}$ . Jeigu atvykstama anksčiau (faktinis atvykimo laikas  $t_{ug}^a < t_{ug}^{plan}$ ), tai laikoma, kad pailgėjo bendrasis kelionėje sugaištas laikas  $\tau_k$  (prastova galinėje stotyje prilyginama prastovai tarpinėse stotyse) ir kartu padidėja sąnaudos  $W_L(\tau_k)$ ; jeigu pavėluojama ( $t_{ug}^a > t_{ug}^{plan}$ ), dažniausiai patiriama didesnių nuostolių  $W_V(t_v)$ .



1 pav. Traukinių eismo grafiko fragmentas nagrinėjamai situacijai pavaizduoti

Sąnaudos

$$W_L(t_k) = w_L \tau_k; \quad (1)$$

čia  $w_L$  - riedmenų valandinių įkainių ir personalo valandinių atlygių suma.

Nuostolius  $W_V(t_v)$  lemia konkreti po laiko momento  $t_{ug}^{plan}$  planuojama veikla ir jos uždelsimo arba ignoravimo padariniai.

Funkcijos  $W_L(t_k)$  ir  $W_V(t_v)$  sudaromos kiekvienam konkrečiam atvejui. Šiame straipsnyje jos laikomos žinomomis.

Traukinių eismo grafiko formalaus aprašo formų literatūroje pasiūlyta daug ir įvairių [3, 4]. Šiame darbe siūloma eismo grafiką  $\mathbf{G}$  išreikšti matricų forma:

$$\mathbf{G} = (\mathbf{T}^i, \mathbf{T}^a, \mathbf{L}); \quad (2)$$

$\mathbf{T}^i$  – išvykimo iš stočių matrica;  $\mathbf{T}^a$  – atvykimo į stotis matrica;  $\mathbf{L}$  – atstumų tarp stočių matrica;  $\mathbf{T}^i = \left\| t_{ji}^i \right\|$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, k}$ ;  $\mathbf{T}^a = \left\| t_{ji}^a \right\|$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, k}$ ;  $\mathbf{L} = \left\| l_{i(i+1)} \right\|$ ,  $i = \overline{1, (n-1)}$ ;  $j$  – traukinio indeksas;  $k$  – traukinių skaičius planiniame eismo grafike;  $t_{ji}^a$  ir  $t_{ji}^i$  –  $j$ -ojo traukinio atvykimo į  $i$ -ąją stotį ir išvykimo iš šios stoties laikas;  $l_{i(i+1)}$  – atstumas tarp  $i$ -osios ir  $(i+1)$ -osios stočių (pirmoji stotis dar vadinama pradine ir žymima indeksu  $p$ ,  $n$ -oji stotis dar vadinama galine ir žymima indeksu  $g$ ).

Traukinių atvykimo į pradinę stotį ir išvykimo iš galinės stoties laikas šiuo atveju neturi reikšmės:

$$\forall j: t_{jp}^a, t_{jg}^i \rightarrow \text{neapibrėžta}. \quad (3)$$

Laiko tarpas tarp gretimų traukinių išvykimo iš  $i$ -osios stoties  $\tau_{ji}^i$  ir laiko tarpas tarp šių traukinių atvykimo į  $(i+1)$ -ąją stotį  $\tau_{j(i+1)}^a$  išreiškiami formulėmis:

$$\tau_{ji}^i = t_{j(i+1)}^i - t_{ji}^i; \quad (4a)$$

$$\tau_{j(i+1)}^a = t_{(j+1)(i+1)}^a - t_{j(i+1)}^a. \quad (4b)$$

Laikoma, kad minimalus atstumas  $L_{ji}$  tarp  $j$ -ojo ir  $(j+1)$ -ojo traukinių tarpstotyje, skiriančiame  $i$ -ąją ir  $(i+1)$ -ąją stotis (stotis  $S_i$  ir  $S_{(i+1)}$ ), yra:

$$L_{ji} = \tau_{ji} v_{(j+1)i}, \quad (5a)$$

$$\tau_{ji} = \inf \{ \tau_{ji}^i, \tau_{j(i+1)}^a \}, \quad (5b)$$

$$v_{(j+1)i} = \frac{l_{i(i+1)}}{t_{(j+1)(i+1)}^a - t_{j(i+1)}^i}. \quad (5c)$$

Reikia pasakyti, kad (5) formulėje atstumas tarp  $j$ -ojo ir  $(j+1)$ -ojo traukinių įvertinamas tik dviejuose tarpstočio taškuose: jo pradžioje ir gale. Be abejonės, galimi tokie tarpstočio taškai, kuriuose traukinis skirs mažesnis atstumas, tačiau tipinėse eismo grafikų pateikimo formose nėra duomenų tokiam faktui nustatyti.

Papildomo (užsakomojo,  $u$ -ojo) maršruto įterpimo į eismo grafiką (2) uždaviniui formuluoti reikalinga tikslo funkcija: priklausomybė, siejanti minimizuotinus *suminius papildomus nuostolius*  $W$  (susijusius su  $u$ -ojo maršruto įterpimu į eismo grafiką) su papildomo ( $u$ -ojo) maršruto parametrais:

$$\mathbf{T}_u^i = \left\| t_{ui}^i \right\| \text{ ir } \mathbf{T}_u^a = \left\| t_{ui}^a \right\|. \quad (6)$$

Suminius papildomus nuostolius  $W$  sudaro trys dedamosios:  $W_L(t_k)$ ,  $W_V(t_v)$  ir  $W_S(t)$ . Pirmosios dvi dedamosios iš dalies jau yra aptartos;  $W_S(t)$  yra nuostoliai (arba bauda), sąlygoti traukinių, važiuojančių paskui papildomą (užsakomąjį) traukinį, pristabdymo (priverčiant juos vėluoti atvykti į stotis):

$$W_S(t) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{k-1} W_{Sji}(t) a_{ji}. \quad (7)$$

Čia  $a_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{- jeigu } u\text{-axis traukinys } i\text{-ajame tarpstotyje (tarp stočių } S_i \text{ ir } S_{(i+1)}) \text{ važiuoja paskui } j\text{-ąjį traukinį;} \\ 0 & \text{- priešingu atveju.} \end{cases}$

$W_{Sji}(t)$  išreiškiamas šiomis formulėmis:

$$1) \left[ \frac{L_{ui}^{st} + L_{(j+1)i}^{st}}{v_{(j+1)i}} - \tau_{ji} \right] W_{S(j+1)i}, \quad (8a)$$

jeigu  $L_{ji} \leq (L_{ui}^{st} + L_{(j+1)i}^{st})$ ;

$$2) 0, \text{ jeigu } L_{ji} > (L_{ui}^{st} + L_{(j+1)i}^{st}). \quad (8b)$$

Čia  $L_{ui}^{st}$  ir  $L_{(j+1)i}^{st}$  - papildomo ( $u$ -ojo) ir paskui jį važiuojančio ( $(j+1)$ -ojo) traukinių stabdymo kelias,  $i$ -ajame tarpstotyje (tarpstotyje, skiriančiame stotis  $S_i$  ir  $S_{(i+1)}$ ).

Detalizavus (1) formulę,

$$W_L(t_k) = \sum_{i=1}^{n-1} W_{Eji} + \sum_{i=2}^{n-1} W_{Tji} + W_{Tu(g=n)}. \quad (9)$$

Čia  $W_{Eji}$  - sąnaudos papildomam ( $u$ -ajam) traukiniui įveikiant  $i$ -ąjį tarpstotį paskui  $j$ -ąjį planinį traukinį:

$$W_{Eji} = (t_{u(i+1)}^a - t_{ui}^i) j w_L; \quad (10)$$

$W_{Tji}$  – papildomam ( $u$ -ajam) traukiniui prastovint  $i$ -ojoje stotyje praleidžiant iš paskos važiuojantį planinį  $(j+1)$ -ąjį traukinį:

$$W_{Tji} = (t_{ui}^i - t_{ui}^a) j w_L, \quad (11)$$

$$W_{Tu(g=n)} = (t_{ug}^{plan} - t_{u(g=n)}^a) w_L. \quad (12)$$

Reikia pasakyti, kad suminiai papildomi nuostoliai

$$W = W_S(t) + W_L(t_k) + W_V(t_v) \quad (13)$$

neapima kuro (energijos) sąnaudų, reikalingų papildomam ( $u$ -ajam) traukiniui, kad įveikų numatytą maršrutą. Optimizuojant eismo grafiką šių sąnaudų iš esmės sumažinti nėra galimybės.

Turint planinio eismo grafiko aprašą ((2)-(5) formulės) ir tikslo funkciją (13), jau galima formalizuoti papildomo (užsakomojo) maršruto optimalaus įterpimo į šį grafiką uždavinį:

Rasti aibę  $\mathbf{A} = \|a_{ij}\|$  ( $a_{ji}$ , žr. (7) formulę),

kuriai

$$W \rightarrow \min. \quad (\text{žr. (12) formulę}), \quad (14)$$

galiojant sąlygoms:

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{ji} = n-1; \quad (15a)$$

$$(\forall i) (\forall j, r | i \neq r) \quad a_{ji} a_{ri} = 0, \quad i \neq (n = g); \quad (15b)$$

$$(\forall i | i \neq g) (\exists j, z | j < z) \quad a_{ji} a_{z(i+1)} = 1. \quad (15c)$$

Sąlyga (15a) reikalauja, kad nė vienas  $u$ -ojo maršruto tarpstotis negali būti praleistas.

Sąlyga (15b) reikalauja, kad  $u$ -ojo maršruto traukinys iš kiekvienos stoties (išskyrus galinę) išvyktų tik po vieną kartą.

Sąlyga (15c) reikalauja, kad  $u$ -ojo maršruto traukinys iš kiekvienos stoties išvyktų tik į gretimą (pagal judėjimo kryptį) stotį.

Šiam uždaviniui spręsti galima pasiūlyti tokią metodiką: pagal planinį eismo grafiką (2) sudaromas stačiakampio tinklo formos grafas (žr. 2 pav.):

$$\Gamma(\mathbf{X}, \mathbf{A}, \mathbf{W}); \quad (16)$$

$$\mathbf{X} = \{x_{ij}\};$$

$$\mathbf{A} = \{\lambda(x, y)\}, \quad x, y \in \mathbf{X},$$

$$\mathbf{W} = \{W_{Eji}, W_{Tji}\}.$$

Grafo viršūnės  $x_{ij}$  atitinka papildomo ( $u$ -ojo) maršruto įterpimą  $i$ -ojoje stotyje po  $j$ -ojo planinio traukinio.

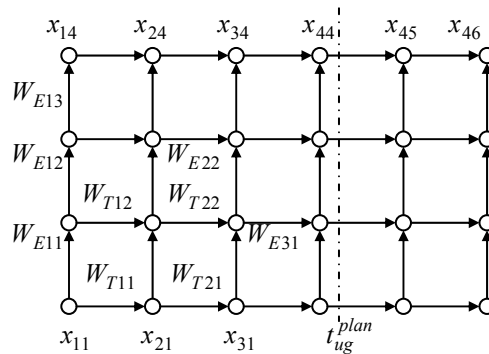
Vertikalūs grafo lankai ( $\lambda(x_{ij}, x_{(i+1)j})$ ) atitinka  $u$ -ojo (papildomo) traukinio judėjimą tarpstotyje; horizontalūs lankai ( $\lambda(x_{ij}, x_{i(j+1)})$ ) atitinka  $u$ -ojo (papildomo) traukinio laukimą  $i$ -ojoje stotyje praleidžiant  $j$ -ąjį traukinį.

Lankų „svoriai“ reiškia papildomas sąnaudas, susijusias su šio lanko žymima operacija: vertikaliems lankams ( $\lambda(x_{ij}, x_{(i+1)j})$ ) priskiriamos vertės  $W_{Eji}$ ; horizontaliems lankams ( $\lambda(x_{ij}, x_{i(j+1)})$ ), žymintiems operacijas, atliekamas iki laiko  $t_{ug}^{plan}$ , priskiriamos vertės  $W_{Tji}$ ; horizontaliems lankams, žymintiems operacijas, atliekamas praėjus laikui  $t_{ug}^{plan}$ , – vertės  $W_V(t_{ug}^a - t_{ug}^{plan})$ .

## Uždavinio sprendimo metodai

Naudojant (16) pagalbinį grafa, (14), (15) uždavinys gali būti sprendžiamas įvairiais metodais: dinaminio programavimo, trumpiausio kelio grafuose paieškos, variantų perrinkimo.

**Uždavinio sprendimas dinaminio programavimo metodu.** Suformuluotas (14)-(16) uždavinys gali būti laikomas vadinamojo „pakilimo uždavinio“ [5] variantu.



2 pav. Pagalbinis grafas eismo grafiko optimalaus papildomo uždaviniui spręsti

Nuo savo prototipo nagrinėjamas uždavinys skiriasi dviem ypatybėmis:

1. Galinė (tikslinė) grafo viršūnė nėra tiksliai fiksuota: galima spėti, kad galinė turėtų būti grafo viršūnė, esanti tiesiai prieš  $t_{ug}^{plan}$  (2 pav. viršūnė  $x_{44}$ ), tačiau siekiant nepraleisti geriausio sprendinio, uždavinį tenka spręsti galinėmis laikant visas galinę stotį ( $S_g$ ) atitinkančias grafo viršūnes  $x_{zg}$ , kurioms  $t_{zg}^a > t_{ug}^{plan}$ , tai yra galinės gali būti visos grafo (16) viršūnės, atitinkančios papildomo ( $u$ -ojo) maršruto pavėlavimą į galinę stotį. 2 pav. tokios viršūnės yra  $x_{45}$  ir  $x_{46}$ . Žinoma, galimi atvejai, kai nuostolių dėl vėlavimo funkcija  $W_V(t_v)$  operavimą tokiomis viršūnėmis daro neįmanomą ( $W_V(t_v) \rightarrow \infty$ ).

Optimalus sprendinys ( $W \rightarrow \min.$ ) išrenkamas iš visų bandymų rezultatų visumos.

**Uždavinio sprendimas trumpiausio kelio grafuose paieškos metodu.** Šio metodo [6, 7] ypatybė: sprendinio paieška pradedama ne nuo galinės (tikslinės), o nuo pradinės viršūnės. Galine (tikslinė) laikoma viršūnė, esanti tiesiai prieš  $t_{ug}^{plan}$ , tačiau, siekiant nepraleisti geriausio sprendinio, trumpiausio kelio paieškos uždavinį taip pat tenka spręsti galinėmis laikant grafo viršūnes  $x_{zg}$ , kurioms

$$t_{zg}^a > t_{ug}^{plan} \quad (\text{jeigu tai leidžia funkcija } W_V(t_v)).$$

Kiekvienai fiksuotai galinei viršūnei  $x_{jg}$  trumpiausio kelio paieškos uždavinį tenka spręsti pradedant iš pradinių viršūnių  $x_{mg}$ , kurioms  $m \leq j$ .

Optimalus sprendinys ( $W \rightarrow \min.$ ) išrenkamas iš visų bandymų rezultatų visumos.

Trumpiausio kelio metodas yra paprastesnis už dinaminio programavimo metodą, tačiau reikalauja daugiau bandymų (uždavinį tenka spręsti daugiau kartų).

**Uždavinio sprendimas variantų perrinkimo metodu.** Variantų visiško perrinkimo algoritmas yra gana paprastas:

1. Laukimo procedūros (grafo (16) horizontalūs lankai; žr. taip pat 2 pav.) žymimi 0; judėjimo tarpstotyje procedūros (grafo (16) vertikalūs lankai) žymimos 1.

2. Kiekvienas papildomo ( $u$ -ojo) maršruto variantas išreiškiamas  $(n-1)+\xi$  dvejetainių simbolių kombinacija (čia  $\xi$  – grafo (16) viršūnės, esančios tiesiai prieš  $t_{ug}^{plan}$  pirmasis indeksas; 2 pav.  $\xi = 4$ ), kurioje  $(n-1)$  simbolių yra „vienetai“.

Pavyzdžiui, dvejetainė kombinacija 001101 turėtų reikšti: „ $u$ -axis traukinys iš pradinės stoties išvažiuoja paskui 3-įjį planinį traukinį; pakui jį išvažiuoja ir iš antrosios stoties; trečioje stotyje sustoja ir praleidžia 4-ąjį planinį traukinį, paskui kurį pasiekia galinę (tikslinę) stotį“.

3. Maršruto suminiai papildomi nuostoliai  $W$  apskaičiuojami pagal 3 pav. pateiktą algoritmą.

#### Pradžia:

Įvedama maršruto dvejetainė kombinacija  $\Theta = \Theta_1 \Theta_2 \dots \Theta_c \dots \Theta_{(n-1)+\xi}$

Įvedamas simbolių skaičius  $(n-1)+\xi$  maršruto dvejetainėje kombinacijoje  $\Theta$ .

3.1. Nustatoma  $W_{Eji}$  ir  $W_{Tji}$  indeksų  $ji$  pradinė vertė ir sąnaudų  $W$  pradinė vertė:  
 $ji := 11$ ;  $W := 0$ .

3.2. Išrenkamas maršruto dvejetainės kombinacijos pirmasis simbolis:  $c := 1$ .

3.3. Tikrinama, ar  $\Theta_c = 0$ ; jeigu „taip“, pereinama vykdyti 3.4 p.; jeigu „ne“, pereinama vykdyti 3.7 p.

3.4. Tikrinama, ar  $i = 1$ ; jeigu „taip“, pereinama vykdyti 3.6 p.; jeigu „ne“, pereinama vykdyti 3.5 p.

3.5.  $W$  padidinama dydžiu  $W_{Tji}$ , t. y. ( $W := W + W_{Tji}$ ) ir pereinama vykdyti 3.6 p.

3.6. indeksas  $j$  padidinamas vienetu:  $ji := (j+1)i$  ir pereinama vykdyti 3.9 p.

3.7.  $W$  padidinama dydžiu  $W_{Eji}$ , t. y. ( $W := W + W_{Eji}$ ) ir pereinama vykdyti 3.8 p.

3.8. indeksas  $i$  padidinamas vienetu:  $ji := j(i+1)$  ir pereinama vykdyti 3.9 p.

3.9. Tikrinama, ar buvo skaičiuojama paskutiniam dvejetainės kombinacijos simboliui, t. y. ar  $c = (n-1)+\xi$ ; jeigu „taip“, pateikiama  $W$  reikšmė ir pereinama į „Pabaiga“, jeigu „ne“, pereinama vykdyti 3.10 p.

3.10. Dvejetainės kombinacijos simbolio indeksas padidinamas vienetu:  $c := c+1$  ir pereinama vykdyti 3.3 p.

**3 pav.** Algoritmas suminių papildomų nuostolių  $W$  vertei apskaičiuoti, kai žinoma kombinacija  $\Theta$

Skirtingų kombinacijų  $\Theta$  skaičius yra  $C_{(n-1)+\xi}^{n-1}$ . Tiek pat kartų tenka taikyti visiško variantų perrinkimo algoritmo 3 punktą.

Kaip ir pirmesniais dviem atvejais (žr. 3.1 ir 3.2 skyr.), siekiant nepraleisti geriausio sprendinio, uždavinį taip pat tenka spręsti (jeigu tai leidžia funkcija  $W_r(t_v)$ )

galinėmis laikant grafo viršūnes  $x_{zg}$ , kurioms  $t_{zg}^a > t_{ug}^{plan}$ . Šiuo atveju maršruto dvejetainių simbolių kombinacija pailgėtų (padidėtų  $\xi$ ), o algoritmo 3 p. būtų šiek tiek sudėtingesnis (reikėtų įvertinti  $W_r(t_v)$ ).

Optimalus sprendinys ( $W \rightarrow \min.$ ) išrenkamas iš visų bandymų rezultatų visumos.

Aptartieji metodai užtikrina uždavinio sprendinį grafo (16) lankų sekos pavidalu arba dvejetainių dauginamųjų  $a_{ji}$  (žr. (7) formulę) aibės  $\mathbf{A} = \|a_{ij}\|$  pavidalu.

Siekiant sprendiniui suteikti (6) formą, reikalingi nedideli perskaičiavimai:

$$(\forall i)(\forall j): t_{ui}^i = a_{ji} \left( t_{ji}^i + \frac{L_{ui}^{st}}{v_{ji}} \right); \quad (17a)$$

$$(\forall i)(\forall j): t_{ui}^a = a_{j(i-1)} \left( t_{ji}^a + \frac{L_{ui}^{st}}{v_{ji}} \right). \quad (17b)$$

#### Išvados

1. Eismo grafiko optimalaus papildymo uždavinį patogiu formuluoti ir spręsti matricų ir grafų teorijos pagrindu.

2. Eismo grafiko optimaliam papildymo uždaviniui spręsti galima taikyti dinaminio programavimo, trumpiausio kelio (pagal sąnaudas) paieškos ir visiško variantų perrinkimo metodus. Visi šie metodai yra vienodai tikslūs ir šiuolaikiniais kompiuteriais įgyvendinami gana mažomis laiko sąnaudomis.

#### Literatūra

1. European transport policy for 2010: time to decide. White Paper. COM(2001)370. [http://aci.pitt.edu/view/eudocno/COM\\_\(2001\)\\_370.html](http://aci.pitt.edu/view/eudocno/COM_(2001)_370.html).
2. 2001 m. vasario 26 d. Europos Parlamento ir Tarybos direktyva 2001/14/EB. ES dokumentai // Žurnalo „Lietuvos geležinkeliai“ Nr.2 priedas. – Vilnius: UAB „Gelspa“, 2002. -P.26-47.
3. **Thomas Lindner.** Train Schedule Optimisation in Public Train Transport. <http://opus.tu-bs.de/opus/volltexte/2000/135/pdf/main.pdf>.
4. **Taurienė V., Švėgžda O., Juraška M.** Traukinių eismo grafiko optimizavimas pagal kompleksinį kriterijų // Elektronika ir elektrotechnika. - Kaunas: Technologija, 2001. - Nr.6 (35). - P.58-62.
5. **Коршунов Ю. М.** Математические основы кибернетики. - М.: Энергия, 1980. - 424 с.
6. **Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р.** Потoki в сетях. - Москва.: Мир, 1966. - 276 с.
7. **Stadalius R., Bagdonas V.** The application of a fuzzy algorithm for the determination of the shortest chain to correct disorganized train traffic. Transport. - Vilniaus: Technika. 2003. - T. XVIII, Nr. 3. - P.103-107.

Pateikta spaudai 2004 02 27

**A. Doroševienė, S. Bartkevičius, V. Bagdonas. Eismo grafiko optimalaus papildymo uždavinys ir jo sprendimo būdai // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004.- Nr.5(54).- P. 66-70.**

Nagrinėjama lanksčių eismo grafikų formavimo problema. Specialieji prašymai turi būti pateikiami, įterpiančią sudarytus eismo grafikus papildomą (anksčiau neplanuotą) maršrutą. Specialiųjų prašymų tenkinimo svarba akcentuojama ES direktyvoje 2001/14/EB. Analizuojamas papildomo (užsakomojo) traukinio maršruto optimalaus įterpimo į jau sudarytą tvarkaraštį uždavinys: jo formuluotė ir galimi sprendimo būdai. Optimizuojama taikant mažiausių bendrųjų nuostolių kriterijų. Į bendruosius nuostolius įskaičiuojamos energijos sąnaudos, reikalingos maršrutui įveikti, bei sąnaudos, susijusios su maršruto įveikimo laiku ir priklausančios nuo riedmenų naudojimo valandinių įkainių ir traukinio brigadų darbo valandinių įkainių. Eismo grafiko optimalaus papildymo uždavinys iš esmės yra trumpiausio (pagal nuostolius) kelio grafuose paieškos uždavinys, kurio specifika nefiksuotos pradinė ir galinė viršūnės. Uždavinį taip pat siūloma spręsti taikant dinaminio programavimo bei visiško variantų perrinkimo metodus. Visi šie metodai yra vienodai tikslūs ir šiuolaikiniais kompiuteriais realizuojami gana mažomis laiko sąnaudomis. Straipsnyje pateikiamas uždavinio sprendimo algoritmas. Il. 3, bibl.7 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

**A. Doroševienė, S. Bartkevičius, V. Bagdonas. Optimal Addition's Task of the Traffic Schedule and its Solution's Ways // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. - No.5(54).- P. 66-70.**

Article analyses formation problem of flexible traffic schedule. Special request must be submitted, inserting additional (not planned before) track into made traffic schedules. Handling importance of special requests is emphasized in EU directive 2001/14/EB. Task is to analyse optimal insertion of an additional (reserved) train track's into already made schedule: task formulation and possible ways of solution. This task in essence is search task, whose particularity is a not fixed initial and final tops, of the shortest (according to waste) way in graphs. Task also can be solved applying methods of dynamic programming and full variants re-selection. All these methods are equally exact and can be implemented with modern computers with short enough time consumption. Ill. 3, bibl.7 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

**А. Дорошевичене, С. Барткевичюс, В. Багдонас. Задача оптимального дополнения графика движения и способы решения // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. – № 5(54). – С. 66-70.**

Статья анализирует проблему формирования гибкого графика движения. Специальный запрос должен быть представлен, вставляя дополнительный (не запланированный прежде) маршрут в сделанные графики движения. Обработка важности специальных запросов подчеркнута в директиве 2001/14/ЕВ ЕС. Задача анализирует оптимальную вставку дополнительного (сохраненного) маршрута поезда в уже сделанный график: формулировка задачи и возможные способы решения. Эта задача, в сущности - задача, особенность которой - не установленные начальные и заключительные вершины, поиска самых коротких (по затратам) путей в графах. Задача также может быть решена, применяя методы динамического программирования и полного перебора вариантов. Все эти методы одинаково точны и могут быть осуществлены с современными компьютерами с достаточно коротким потреблением времени. Ил. 3, библи. 7 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

