

## Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminė sintezė

**A. Dambrauskas, V. Rinkevičius**

Automatikos katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Naugarduko g. 41, LT-03227 Vilnius, Lietuva; el. p. algirdas.dambrauskas@el.vtu.lt

### Įvadas

Išnagrinėsime valdymo sistemą, aprašytą tiesine diferencialine lygtimi

$$A(p)\Delta y = B(p)u + \varphi; \quad (1)$$

čia  $A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$ ,

$B(p) = a_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0$  – polinomiali;  $p = d/dt$  – diferencijavimo operatorius;  $\Delta y(t)$  – būsenos koordinatė;  $u(t)$  – valdymo poveikis;  $\varphi(t)$  – atsitiktinis trikdys, nežinoma laiko funkcija.

Pavyzdžiui, sinchroniniame generatoriuje trikdys gali būti apkrova ir dažnai negalima žinoti, kokio dydžio apkrova veiks vienu ar kitu laiko momentu. Elektros pavaroje trikdys, kuris turi įtakos veleno kampiniam greičiui, – atsparumo momentas. Jis dažnai kinta atsitiktiniu būdu ir numatyti jo dydį laikui bėgant dažnai neįmanoma. Ši aplinkybė gerokai apsunkina sistemos optimizavimo uždavinį.

Tarkime, valdymo sistemos darbo kokybės kriterijus yra funkcionalo minimumas

$$J = \int_0^T f_0(\Delta y, u, t) dt \rightarrow \min. \quad (2)$$

Esant atsitiktiniam trikdžiui  $\varphi(t)$ , reikia sudaryti tokį reguliatorių, kuris, automatiškai matuodamas būsenos koordinatę  $\Delta y(t)$ , galėtų formuoti nepertraukiamą optimalų valdymo poveikį  $u(t)$ .

Tokio reguliatoriaus sudarymas ir yra pagrindinis stochastinės optimalaus valdymo sistemos sintezės uždavinys.

Jeigu ir nežinome tiesinę sistemą veikiančio trikdžio poveikio (1), bet žinome trikdžio  $\varphi(t)$  spektrinį tankį  $S_\varphi(\omega)$ , galime surasti būsenos koordinatės kvadrato vidurkį

$$\overline{\Delta y^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Delta y^2 dt = \int_0^\infty S_\varphi(\omega) \frac{d\omega}{|A(j\omega)|^2} \quad (3)$$

ir išspręsti optimalaus tiesinio reguliatoriaus sintezės uždavinį [1].

Su tiesinių sistemų optimizavimu susiję daugelis praktikos uždavinių, pavyzdžiui, stabilizavimo, sekos uždaviniai. Stabilizuojant užtikrinamas mažas skirtumas  $\Delta y(t) = y_0 - y(t)$  tarp tam tikros pastoviosios  $y_0$  ir išėjimo

signalu. Jeigu tarsime, kad  $\Delta y(t)$ , kaip būsenos koordinatė, yra mažo dydžio, tai diferencialinėse lygtyse, užrašytose reliatyviai būsenos koordinatei  $\Delta y(t)$ , galima išsaugoti tik pagrindinius tiesinius narius (kiti nariai dėl  $\Delta y(t)$  mažumo atmetami). Todėl valdymo sistemos diferencialinę lygtį užrašome (1) forma. Sekos uždavinį galima transformuoti į stabilizavimo uždavinį [1].

Šio darbo tikslas – kurti ir tobulinti algoritminius automatinio valdymo sistemų sintezės metodus [2], leidžiančius projektuoti kvazi optimalias ir kintamos struktūros stochastines valdymo sistemas tais atvejais, kai trikdžių statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų [1] taikyti neįmanoma.

### Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pagrindai

Stabilizacijos kokybė dažnai vertinama vidutine kvadratine paklaida  $\overline{\Delta y^2}$  [1]. Kadangi būtina apriboti valdymo poveikį  $u$ , galima nustatyti apibendrintą valdymo kokybės kriterijų – funkcionalo minimumą [1]:

$$J = M^2 \overline{\Delta y^2} + \overline{u^2} \rightarrow \min; \quad (4)$$

čia  $M^2$  – svorio koeficientas.

Kokybės rodiklį  $\overline{\Delta y^2}$  paieškiniu optimizavimu metu galima įvertinti įvairiais šio rodiklio diskretiniais analogais (slystamu  $\Delta y^2$  vidurkiu ir kt.). Pavyzdžiui, signalo  $y(t)$  nuokrypį nuo nustatyto dydžio  $y_0(t)$  galima įvertinti, atlikus  $N$  išėjimo signalo matavimų:

$$\hat{\Delta y^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i [y_0(t) - y_i(t)]^2; \quad (5)$$

čia  $w_i$  – svorio koeficientas.

Analogiškai įvertinamas rodiklis  $\overline{u^2}$ .

Kvazi optimalaus reguliatoriaus algoritminė sintezė. Sprendžiant reguliatoriaus sintezės uždavinį, būtina rasti reguliatoriaus perdavimo funkciją  $W(p)$ , kuri užtikrintų rodiklio (4) minimumą. Be to, uždaroji sistema turi būti stabili.

Į sistemos kontūrą nuosekliai su objektu, kurio perdavimo funkcija  $W_0(p) = B(p)/A(p)$ , įjungsime reguliatorių, turintį perteklinę perdavimo funkciją:

$$W(p) = k_1 + \frac{k_2}{p} + k_3 p + \dots \quad (6)$$

Tuomet uždarnos sistemos lygtis užrašoma taip:

$$[A(p) - B(p)W(p)]\Delta y = \varphi. \quad (7)$$

Naudosime vektorių  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$ , kurio komponentai  $x_i$  bus lygūs regulatoriaus koeficientams, laiko pastoviosioms ir t. t. ( $x_1 = k_1, x_2 = k_2, \dots$ ). Tuomet sistemos išėjimo signalas  $y(t)$ , valdymo kokybės rodikliai  $\overline{\Delta y^2}$ ,  $\overline{u^2}$  ir funkcionalas (4) bus vektoriaus  $\mathbf{x}$  funkcijos.

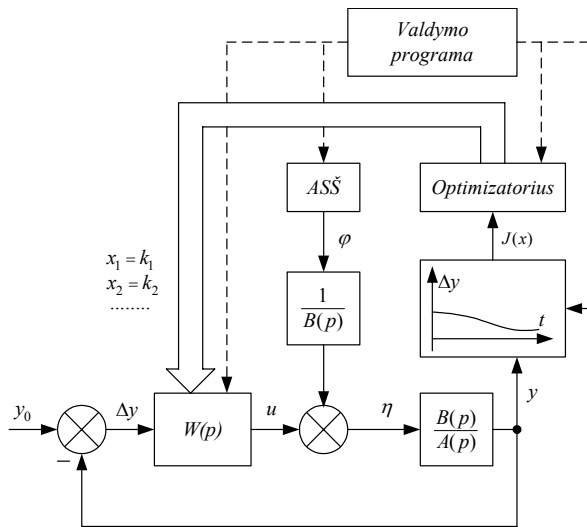
Formuluojamas paieškinio optimizavimo uždavinys. Reikia rasti vektorių  $\mathbf{x}$ , nuo kurio priklauso regulatoriaus perdavimo funkcijos  $W(p)$  struktūra ir parametrai, užtikrinanti funkcionalo

$$J(\mathbf{x}) = J[y(\mathbf{x}), u(\mathbf{x})] \quad (8)$$

minimumą, laikantis apribojimų

$$\mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{x}}. \quad (9)$$

Uždavinys (8), (9) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus [3]. Uždavinio sprendimo schema pateikta 1 pav. Šioje schemoje parodytas atsitiktinių signalų šaltinis (ASS), kuris gali būti realus arba sudarytas modeliavimo tikslams specialiomis kompiuterio programomis.



1 pav. Kvazioptimalaus regulatoriaus sintezės uždavinio sprendimo schema

*Kintamos struktūros regulatoriaus sintezė.* Formuluojant kintamos struktūros regulatoriaus sintezės uždavinį, naudojantis komponentais  $x_i$ , reikia apibrėžti parametru  $\beta_i$ , nuo kurių priklauso regulatoriaus struktūra, kitimo dėsnius [4].

Valdymo intervale  $0 \leq t \leq t_f$ , naudojant vektoriaus  $\beta$  komponentų  $\beta_i, i = 1, \dots, m$  diskretines vertes

$$\begin{aligned} \beta_i[j\tau], j = 0, \dots, r-1, \\ \dots \\ \beta_m[j\tau], j = 0, \dots, r-1, \end{aligned} \quad (10)$$

naudojamas  $k = mr$ -matis vektorius

$$\mathbf{x} = \{x_1 = \beta_1[0], x_2 = \beta_1[1\tau], \dots, x_{k-1} = \beta_m[(r-2)\tau], x_k = \beta_m[(r-1)\tau]\}; \quad (11)$$

čia  $\tau$  – kvantavimo periodas,  $\tau = t_f / r$ .

Remiantis vektoriaus  $\mathbf{x}$  komponentais  $x_i$ , sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametru kitimo dėsniai:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_1(x, t), 0 \leq t \leq t_f, \\ \dots \\ \beta_m &= \beta_m(x, t), 0 \leq t \leq t_f. \end{aligned}$$

Tarkime, kad, esant nustatytoms kraštinėms sąlygoms ir apribojimams, galioja parametru  $\beta_i$  kitimo dėsniai  $\beta_i^*(t)$ , suteikiantys funkcionalui (4) minimumą. Tada apytikrius parametru kitimo dėsnius  $\beta_i^*(t)$  galima rasti paieškinio optimizavimo proceso metu.

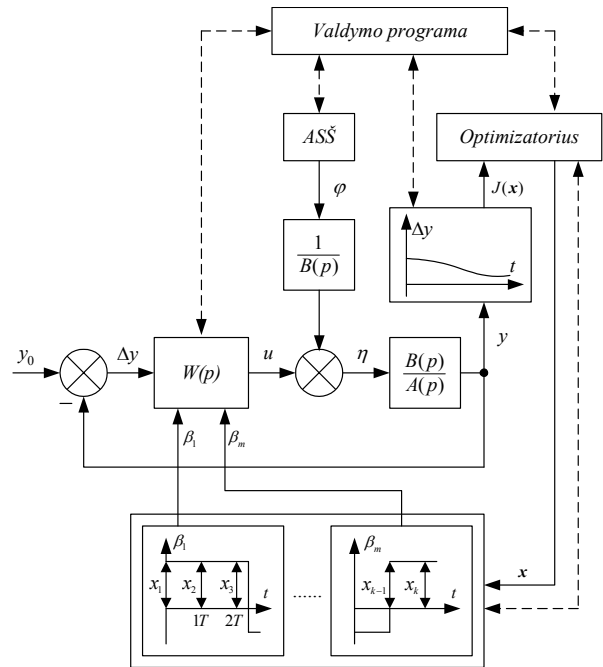
Kadangi vektorius  $\mathbf{x}$  sudaro parametru  $\beta_i$  kitimo dėsnius  $\beta(x, t)$  intervale  $0 \leq t \leq t_f$ , kintamos struktūros regulatoriaus sintezės uždavinį galima suformuluoti paieškinio optimizavimo uždavinio forma. Reikia rasti vektorių  $\mathbf{x}^*$ , suteikiantį funkcionalui:

$$J(\mathbf{x}) = J[y, \beta(\mathbf{x}, t)], 0 \leq t \leq t_f \quad (12)$$

minimumą, laikantis apribojimų:

$$\mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{x}}. \quad (13)$$

Kintamos struktūros regulatoriaus sintezės uždavinys (12), (13) sprendžiamas pagal 2 pav. parodytą schemą, taikant simpleksinės paieškos algoritmus [3].



2 pav. Kintamos struktūros regulatoriaus sintezės uždavinio sprendimo schema

## Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pavyzdžiai

*Kvazioptimalaus regulatoriaus algoritminės sintezės pavyzdys.* Kvazioptimalaus regulatoriaus sintezės uždavinys formuluojamas pagal kriterijų (8, 9). Uždavinys buvo sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodą [3], naudojant programų paketą Matlab ir Simulink pagal 1 pav. schemą, į kurią buvo įtrauktas atsitiktinio signalo  $\varphi(t)$  šaltinis ir valdymo objektas su perdavimo funkcija

$$W_0(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{1}{p}. \quad (14)$$

Sprendžiant uždavinį, nebuvo naudojamos signalo  $\varphi(t)$  statistinės charakteristikos. Uždavinio sprendimo rezultatas yra kvazioptimali regulatoriaus perdavimo funkcija

$$W(p) = 9,42 + 1,5p. \quad (15)$$

Funkcija (15) gauta iš funkcijos (6) optimizavimo proceso metu.

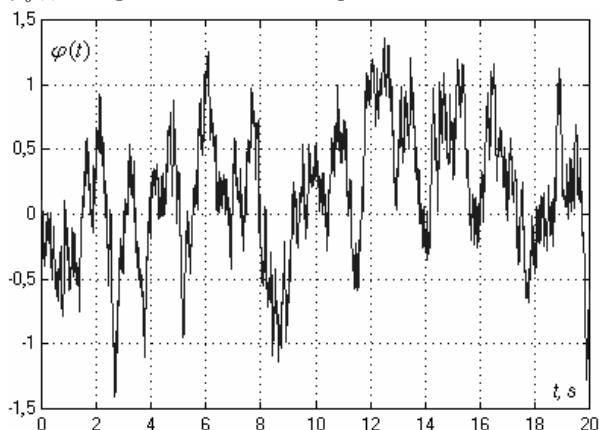
Formuojant atsitiktinio signalo  $\varphi(t)$  šaltinį, buvo panaudotas signalo spektrinis tankis:

$$S_\varphi(\omega) = \frac{1,273}{4 + \omega^2}. \quad (16)$$

Taikant stochastinės optimalios valdymo sistemos sintezės metodiką [1], pagal lygtį (16) apskaičiuotos teorinės regulatoriaus perdavimo funkcijos parametru vertės:

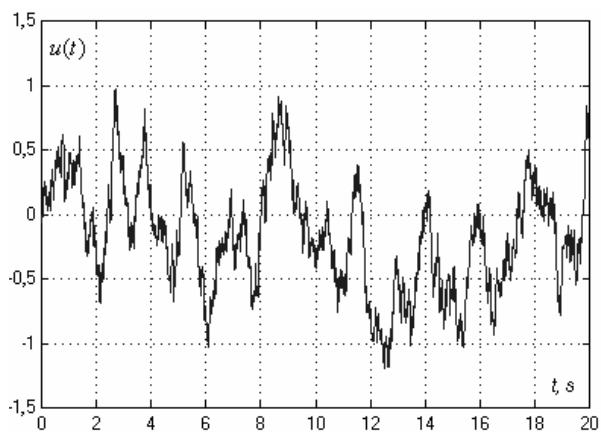
$$W(p) = 7,5 + 1,5p.$$

Kvazioptimalios valdymo sistemos darbo režimas, kai  $y_0(t) = 0$ , pavaizduotas 3, 4 ir 5 pav.

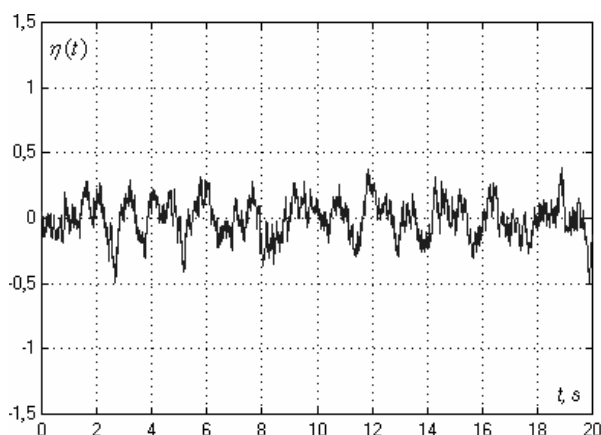


3 pav. Trikdžio priklausomybė nuo laiko

*Kintamos struktūros regulatoriaus sintezės pavyzdys.* Kintamos struktūros regulatoriaus sintezės uždavinys formuluojamas pagal kriterijų (12, 13). Uždavinys buvo sprendžiamas taikant algoritminį filtro sintezės metodą, naudojant programų paketą Matlab and Simulink pagal 2 pav. schemą, į kurią buvo įtrauktas nestacionarus atsitiktinio signalo  $\varphi(t)$  šaltinis. Sprendžiant uždavinį, nebuvo naudojamos šio signalo statistinės charakteristikos.



4 pav. Valdymo poveikio priklausomybė nuo laiko



5 pav. Objekto įėjimo signalo priklausomybė nuo laiko

Uždavinio sprendimo rezultatas yra kvazioptimali regulatoriaus perdavimo funkcija

$$W(p) = \beta_1(t) + \beta_2(t)p, \quad (17)$$

kurios parametrai  $\beta_1(t)$  ir  $\beta_2(t)$  kinta laikui bėgant. Funkcija (17) gauta iš funkcijos (6) optimizavimo proceso metu.

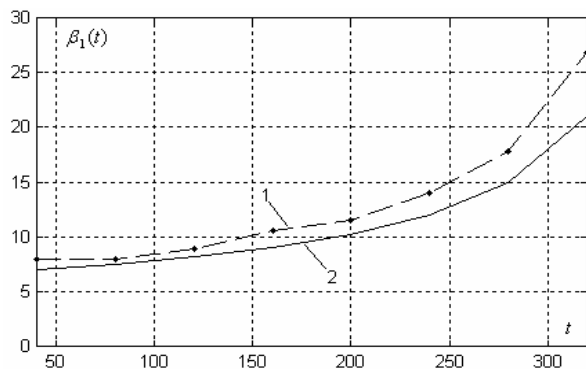
Regulatoriaus koeficiento  $\beta_1$  priklausomybė nuo laiko pavaizduota 6 pav. (1 kreivė), koeficiento  $\beta_2$  priklausomybė nuo laiko – 7 pav. (1 kreivė). Regulatoriaus parametru pokyčius sąlygoja trikdžio signalo statistinių charakteristikų pokyčiai.

Formuojant atsitiktinio nestacionarus signalo  $\varphi(t)$  šaltinį, buvo panaudotas signalo spektrinis tankis:

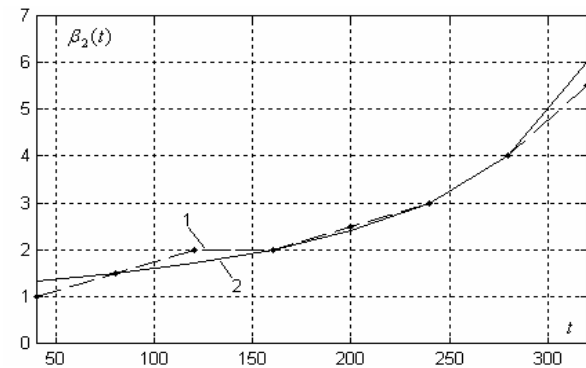
$$S_g(\omega, t) = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha(t)}{\alpha(t)^2 + \omega^2}; \quad (18)$$

čia  $\alpha$  – naudingo signalo koreliacinės funkcijos parametras,  $\alpha = (2,5 - 0,00625t)$ .

Charakteristika (18) leido, taikant optimalaus regulatoriaus sintezės metodiką [2], apskaičiuoti teorines regulatoriaus perdavimo funkcijos parametru vertes, kurios parodytos 6 ir 7 pav. antrosiomis kreivėmis, ir palyginti su algoritminės regulatoriaus sintezės rezultatais.



6 pav. Kintamos struktūros regulatoriaus koeficiento  $\beta_1$  eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko



7 pav. Kintamos struktūros regulatoriaus koeficiento  $\beta_2$  eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko

## Išvados

Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamos struktūros regulatorių parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal trikdžio signalo ir valdymo objekto charakteristikas.

Sukurtas algoritminis metodas, leidžiantis vykdyti stochastinių automatinio valdymo sistemų sintezę tais atvejais, kai trikdžio signalo statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma.

## Literatūra

1. Абдулаев Н.Д., Петров Ю.П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1985. – 240 с.
2. Dambrauskas A. Automatinių valdymo sistemų optimizavimas. – Vilnius: Technika, 2003. – 304 p.
3. Dambrauskas A. Simpleksinės paieškos metodai. – Vilnius: Technika, 1995. – 230 p.
4. Dambrauskas A. Automatinių valdymo sistemų optimizavimo uždaviniai // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2001. – Nr. 5(34). – P. 59–66.

Pateikta spaudai 2005 06 08

**A. Dambrauskas, V. Rinkevičius. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminė sintezė // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2005. – Nr. 7(63). – P. 49–52.**

Pasiūlyti ir sukurti algoritminiai automatinio valdymo sistemų sintezės metodai, leidžiantys projektuoti kvazioptimalias automatinio valdymo sistemas tais atvejais, kai atsitiktinių procesų statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma. Straipsnyje išdėstyti kvazioptimalių ir kintamos struktūros automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pagrindai, kurių esmė – automatinio valdymo sistemos sintezės uždavinio formulavimas paieškinio optimizavimo forma ir jo sprendimas taikant simpleksinės paieškos metodus. Pateikti stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pavyzdžiai. Algoritminiu metodu rasti regulatorių perdavimo funkcijų parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal trikdžio signalo statistines charakteristikas. Il. 7, bibl. 4 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų, rusų k.).

**A. Dambrauskas, V. Rinkevičius. Algorithmic Synthesis of Stochastic Control Systems // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2005. No. 7(63). – P. 49–52.**

The aim of the work is to create and to refine methods of control systems algorithmic synthesis allowing designing quasi-optimal automatic control systems in cases when statistical characteristics of stochastic processes are unknown and application of classic synthesis methods is impossible. Paper presents the basics of algorithmic quasi-optimal and variable structure automatic control systems synthesis, the essence of which is the formulation of the automatic control system synthesis task in the form of searching optimization and its solution with application of simplex search methods. Examples of algorithmic stochastic automatic control systems synthesis are presented. Parameters of regulators found by algorithmic method correspond to theoretical parameters calculated on the basis of statistical characteristics of disturbance. Ill. 7, bibl. 4 (in Lithuanian; Summaries in Lithuanian, English and Russian).

**A. Дамбраускас, В. Ринкевичюс. Алгоритмический синтез стохастических систем управления // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2005. № 7(63). – С. 49–52.**

Цель данной работы – создание и совершенствование алгоритмических методов синтеза систем автоматического управления, позволяющих проектировать квазиоптимальные системы автоматического управления в тех случаях, когда статистические характеристики случайных процессов неизвестны и классические методы синтеза неприменимы. В статье изложены основы алгоритмических методов синтеза квазиоптимальных и систем автоматического управления с переменной структурой, суть которых – формулирование задачи синтеза системы автоматического управления в форме задачи поисковой оптимизации и её решение применяя методов симплексного поиска. Приведены примеры синтеза стохастических систем автоматического управления. Алгоритмическим методом определены параметры передаточных функций регуляторов, которые соответствуют теоретическим параметрам, рассчитанным по статистическим характеристикам сигнала возмущения. Ил. 7, bibl. 4 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

DOI: 10.5755/j02.eie.10484