

## Tiesiaeigio asinchroninio variklio antrinio elemento parametrai

### E. Matkevičius

Automatikos katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Naugarduko g. 41, LT-03227 Vilnius, Lietuva, tel. +370 5 2745063, el. p. edvardas.matkevicius@el.vtu.lt

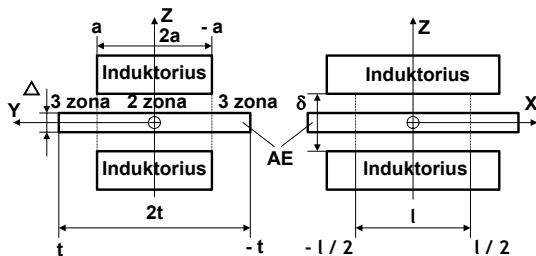
#### Įvadas

Šiuolaikinė automatizuota elektros pavora yra įvairiose veiklos srityse plačiai naudojamų sudėtingų mikroprocesorinių kompiuterizuotų sistemų [1] sudėtinė dalis. Kiekvienos automatizuotos elektros pavaros pagrindinė paskirtis – užtikrinti reikiamą judesio dėsnį, dirbant tiek nusistovėjusiu (statiniu), tiek dinaminio režimu. Didelė dalis (iki 40 %) pavarų turi sukurti tiesiaeigį slankiojamąjį judesį. Tiesiaeigis judesys paprasčiausiai gali būti sukuriamas, naudojant palyginti paprastos konstrukcijos tiesiaeigius asinchroninius elektros variklius (TAV) [2]. Tiriant TAV, labai plačiai taikomas matematinio modeliavimo metodas [3,4], kai naudojami variklio antrinio elemento (judančiosios dalies) parametrai.

Šio straipsnio tikslas – gauti TAV antrinio elemento (AE) parametrų (aktyviųjų, induktyviųjų) varžų analizes išraiškas.

#### Magnetinio lauko sprendiniai

TAV AE parametrams nustatyti naudojami elektromagnetinio lauko antriniame elemente sprendiniai [5]. Pagal šiuos sprendinius gautos lauko išraiškos nejudamoje koordinatinių sistemoje, standžiai susietoje su TAV induktoriumi. Realiose TAV konstrukcijose antrinio elemento plotis ir ilgis visada yra didesnis už atitinkamus induktoriaus matmenis. Tačiau pateiktuose [5] sprendiniuose yra tik tie rezultatai, kurie gauti, kai AE plotis yra lygus induktoriaus pločiui. Todėl, norint gauti antrinio lauko išraiškas už aktyviosios zonos ribų skersine kryptimi, naudojama lygčių sistema, iš kurios nustatomos integravimo pastoviosios. Visose AE lauko išraiškose įvertinamas tik galų reiškinys. TAV modelio brėžinys pateiktas 1 paveiksle.



1 pav. TAV modelis

AE zona tarp induktorių pažymėta skaičiumi 2, o už induktorių ribų – 3.

Magnetinio lauko stiprio ir srovės tankio išraiškos 2 zonoje, kai nėra 3 zonos, yra:

$$\underline{H}_2 = \underline{H}_{2m} e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (1)$$

$$\underline{H}_{2m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \cdot \left(1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda a}\right); \quad (2)$$

$$\underline{J}_{2x} = \underline{J}_{2mx} \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad \underline{J}_{2y} = \underline{J}_{2my} \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (3)$$

$$\underline{J}_{2mx} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda} \cdot \frac{sh \lambda y}{ch \lambda a}; \quad (4)$$

$$\underline{J}_{2my} = -\frac{j\alpha^2 \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \cdot \left(1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda a}\right). \quad (5)$$

Integravimo pastoviųjų skaičiavimo lygčių sistema yra:

$$\begin{cases} C_2 ch \lambda_2 a - \frac{\alpha \varepsilon_2 J_{1m}}{\lambda_2^2} = C_3 sh \lambda_3 a + C_4 ch \lambda_3 a - \frac{\alpha \varepsilon_3 J'_{1m}}{\lambda_3^2}; \\ C_2 \gamma_3 \lambda_2 sh \lambda_2 a = C_3 \gamma_2 \lambda_3 ch \lambda_3 a + C_4 \gamma_2 \lambda_3 sh \lambda_3 a; \\ C_3 sh \lambda_3 t + C_4 ch \lambda_3 t - \frac{\alpha \varepsilon_3 J'_{1m}}{\lambda_3^2} = 0; \\ C_1 = 0; \end{cases} \quad (6)$$

čia  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – integravimo pastoviosios. 2 ir 3 zonų laidžiai yra lygūs, todėl

$$\gamma_2 = \gamma_3 = \gamma.$$

Atitinkamose zonose taip pat yra vienodi:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{\mu_0 \gamma S \omega_1}{\alpha^2} = \varepsilon,$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \alpha \sqrt{1 + j\varepsilon} = \underline{\lambda}.$$

Magnetinio lauko stiprio 3 zonoje bendrasis sprendinys:

$$\underline{H}_3 = \underline{H}_{3m} e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (7)$$

$$\underline{H}_{3m} = C_3 sh \lambda y + C_4 ch \lambda y - \frac{\alpha \varepsilon J'_{1m}}{\lambda^2}. \quad (8)$$

Žymėjimas  $J'_{1m}$ , atitinkantis srovės tankį  $J_{1m}$ , pasirinktas tam, kad būtų galima gauti sprendinius, esant įvairiems AE pločiams.

Atsižvelgus į vartojamus  $\gamma, \varepsilon, \lambda$  žymėjimus ir tarus, kad už aktyviosios zonos ribų skersine kryptimi pirminės srovės nėra, t. y.  $J'_{1m} = 0$ , iš (6) gaunama ši lygčių sistema:

$$\begin{cases} C_2 ch \lambda a - \frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} = C_3 sh \lambda a + C_4 ch \lambda a; \\ C_2 sh \lambda a = C_3 ch \lambda a + C_4 sh \lambda a; \\ C_3 sh \lambda t + C_4 ch \lambda t = 0; \\ C_1 = 0. \end{cases} \quad (8a)$$

Iš (8a) lygčių sistemos išreiškiamos konstantos  $C_2, C_3, C_4$ :

$$C_2 = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda t}{\lambda^2 ch \lambda t} \left( sh \lambda a - \frac{ch \lambda t}{sh \lambda t} ch \lambda a \right) \frac{1}{sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a}; \quad (9)$$

$$C_3 = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \frac{sh \lambda a}{sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a}; \quad (10)$$

$$C_4 = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda t}{\lambda^2 ch \lambda t} \left( \frac{sh \lambda a}{sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a} \right). \quad (11)$$

Magnetinio lauko stiprio bendrasis sprendinys 2 zonoje (kai yra 3 zona):

$$\underline{H}_2 = \underline{H}_{2m} e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (12)$$

$$\underline{H}_{2m} = C_1 sh \lambda y + C_2 ch \lambda y - \frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2}. \quad (13)$$

Įrašius į (13) integravimo pastoviąsias  $C_1, C_2$ , gaunama  $\underline{H}_{2m}$  išraiška:

$$\underline{H}_{2m} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda y}{sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a} \left( \frac{sh \lambda t}{ch \lambda t} sh \lambda a - ch \lambda a \right) \right]. \quad (14)$$

Atsižvelgiant į tai, kad  $J'_{1m} = 0$ , ir įrašius  $C_3, C_4$  į (8), gaunama  $\underline{H}_{3m}$  išraiška:

$$\underline{H}_{3m} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda t \cdot sh \lambda a \cdot ch \lambda y - ch \lambda t \cdot sh \lambda a \cdot sh \lambda y}{\lambda^2 ch \lambda t (sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a)}. \quad (15)$$

Kadangi  $sh^2 \lambda a - ch^2 \lambda a = -1$ , gaunama:

$$\begin{cases} \underline{H}_{2m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda t} \frac{ch \lambda a - sh \lambda t \cdot sh \lambda a}{ch \lambda t} \right], \\ \underline{H}_{3m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{\lambda^2 ch \lambda t} (sh \lambda t \cdot ch \lambda y - ch \lambda t \cdot sh \lambda y). \end{cases} \quad (16)$$

Pritaikius dviejų argumentų skirtumo formules, gaunamos daug paprastesnės lauko kompleksinių amplitudžių išraiškos:

$$\begin{cases} \underline{H}_{2m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \right], \\ \underline{H}_{3m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{\lambda^2 ch \lambda t} sh \lambda (t-y). \end{cases} \quad (17)$$

Gautieji rezultatai patikrinami, analizuojant dalinius atvejus.

1 atvejis. Kai  $t = a$ , 3 zona išnyksta (1 pav.) ir turime gauti (2) išraišką. Į (17) įrašius  $ch \lambda (a-a) = 1$ , gaunama (2) išraiška.

2 atvejis. Kai  $y = a$ , turi būti  $\underline{H}_{2m} = \underline{H}_{3m}$ . Įrašius  $y = a$  į (16) ir (17), gaunama:

$$\begin{cases} \underline{H}_{2m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda a}{ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \right]; \\ \underline{H}_{3m} = -\frac{\alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} sh \lambda (t-a) \right]. \end{cases} \quad (18)$$

Palyginus formules, matyti, kad jos bus vienodos, kai

$$1 - \frac{ch \lambda a}{ch \lambda t} ch \lambda (t-a) = \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} sh \lambda (t-a)$$

arba kai

$$ch \lambda t - ch \lambda a \cdot ch \lambda (t-a) = sh \lambda a \cdot sh \lambda (t-a). \quad (19)$$

Kadangi

$$\begin{cases} sh \lambda (t-a) = sh \lambda t \cdot ch \lambda a - ch \lambda t \cdot sh \lambda a; \\ ch \lambda (t-a) = ch \lambda t \cdot ch \lambda a - sh \lambda t \cdot sh \lambda a, \end{cases} \quad (20)$$

tai įrašius (20) į (19), kairioji ir dešinioji lygties pusės gaunamos lygios. Taigi taške  $y = a$ , kuris priklauso 2 ir 3 zonai,  $\underline{H}_{2m} = \underline{H}_{3m}$ .

3 atvejis. 3 zonai, kai  $y = t$ , laukas turi būti lygus nuliui. Tai akivaizdžiai matyti iš (17) lygties, kai  $sh \lambda (t-t) = 0$ .

Atliktas patikrinimas parodė, kad (17) išraiškos yra teisingos.

Kai žinomas magnetinio lauko stipris 2 ir 3 zonose, pasinaudojant Maksvelo lygtimi

$$rot \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (21)$$

galima gauti srovės tankio išraiškas šiose zonose. Srovės tankio išraiškos randamos iš šių formulių:

$$\underline{J}_x = \frac{\partial H}{\partial y}; \quad \underline{J}_y = -\frac{\partial H}{\partial x}. \quad (22)$$

2 zonoje, įrašius (1), (14b) išraiškas į (22), gaunama:

$$\underline{J}_{2x} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda y}{\lambda ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (23)$$

$$\underline{J}_{2y} = -\frac{j\alpha^2 \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \right] \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}. \quad (24)$$

Lygiai taip pat įrašius (7), (17) išraiškas į (22) ir atlikus veiksmus, 3 zonoje gaunama:

$$\underline{J}_{3x} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{\lambda ch \lambda t} ch \lambda (t-y) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (25)$$

$$\underline{J}_{3y} = -\frac{j\alpha^2 \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{\lambda^2 ch \lambda t} sh \lambda (t-y) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}. \quad (26)$$

Elektros srovės tankį ir elektrinio lauko stiprį TAV AE sieja ši formulė:

$$\underline{J} = \gamma_2 s \underline{E}; \quad (27)$$

čia  $\underline{J}$ ,  $\underline{E}$  – atitinkamai srovės tankio ir elektrinio lauko stiprio kompleksinės vertės nejudamoje koordinatėjų sistemoje;  $\gamma_2 = \frac{\gamma_M \Delta}{\delta'}$  – ekvivalentinis AE laidis;  $\gamma_M$  – savitasis AE laidis;  $\delta' = k\mu \cdot k\delta \cdot \delta$  – ekvivalentinis tarpelis tarp induktorių;  $k\mu$  – išotinio koeficientas;  $k\delta$  – bendrasis tarpelio koeficientas;  $s$  – slydimas.

Iš (27) surandamos elektrinio lauko dedamosios 2 zonoje:

$$\underline{E}_{2x} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda y}{s \gamma_2 \lambda ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (28)$$

$$\underline{E}_{2y} = -\frac{j\alpha^2 \varepsilon J_{1m}}{s \gamma_2 \lambda^2} \left[ 1 - \frac{ch \lambda y}{ch \lambda t} ch \lambda (t-a) \right] e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}, \quad (29)$$

taip pat 3 zonoje:

$$\underline{E}_{3x} = \frac{\alpha \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{s \gamma_2 \lambda ch \lambda t} ch \lambda (t-y) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}; \quad (30)$$

$$\underline{E}_{3y} = -\frac{j\alpha^2 \varepsilon J_{1m} sh \lambda a}{s \gamma_2 \lambda^2 ch \lambda t} sh \lambda (t-y) \cdot e^{-j\alpha x} \cdot e^{j\omega t}. \quad (31)$$

## Pilnutinė antrinio elemento galia

Pilnutinė TAV antrinio elemento galia randama iš šios formulės [6]:

$$\underline{S} = -\oint \underline{\Pi} ds. \quad (32)$$

Atsižvelgiant į esamus magnetinio ir elektrinio lauko stiprius, Poyntingo vektorius yra:

$$\underline{\Pi} = i \left( \underline{E}_y \cdot \underline{H}_z^* \right) - j \left( \underline{E}_x \cdot \underline{H}_z^* \right); \quad (33)$$

$$\underline{\Pi}_x = \underline{E}_y \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_y = -\underline{E}_x \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_z = 0. \quad (34)$$

Poyntingo vektoriaus dedamosios 2 zonoje yra

$$\underline{\Pi}_{2x} = \underline{E}_{2y} \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_{2y} = -\underline{E}_{2x} \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_{2z} = 0, \quad (35)$$

o 3 zonoje –

$$\underline{\Pi}_{3x} = \underline{E}_{3y} \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_{3y} = -\underline{E}_{3x} \underline{H}_z^*; \quad \underline{\Pi}_{3z} = 0. \quad (36)$$

Kaip matyti iš (1), (7), (28) – (31) išraiškų, magnetinio lauko ir elektrinio lauko dedamųjų stipriai išreiškiami nuo koordinatės  $x$  tik daugikliu  $e^{-j\alpha x}$ , todėl dedamosios  $\underline{\Pi}_x$ ,  $\underline{\Pi}_y$  nepriklausys nuo koordinatės  $x$ . Taigi gaunama:

$$\frac{\partial \underline{\Pi}_x}{\partial x} = \frac{\partial \underline{\Pi}_z}{\partial x} = 0; \quad \underline{\Pi}_y = -\underline{E}_{mx} \cdot \underline{H}_m. \quad (37)$$

Todėl TAV AE pilnutinę galią galima apskaičiuoti taip:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= -\int_V \frac{\partial \underline{\Pi}_y}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz = -\int_{x_p}^{x_g} dx \int_{y_p}^{y_g} d\underline{\Pi}_y \int_{z_p}^{z_g} dz = \\ &= -(x_g - x_p) \cdot (\underline{\Pi}_g - \underline{\Pi}_p) \cdot (z_g - z_p); \quad (38) \end{aligned}$$

čia  $\underline{\Pi}_p = \underline{\Pi}_{y=y_p}$ ,  $\underline{\Pi}_g = \underline{\Pi}_{y=y_g}$  – Poyntingo vektoriaus pradinės ir galinės vertės, kai  $y = y_p$  ir  $y = y_g$ ;  $x_p, x_g, z_p, z_g$  – atitinkamai atkarpų pradžios ir galai išilgai koordinatėjų, kurios apibrėžia tiriamąją sritį.

Tiriamajai 2 zonoje galioja šios integravimo ribos:

$$\begin{cases} x_p = -\frac{\ell}{2}; x_g = \frac{\ell}{2}; \\ \underline{\Pi}_{2p} = \underline{\Pi}_{2y=-a}; \underline{\Pi}_{2g} = \underline{\Pi}_{2y=a}; \\ z_p = -\frac{\Delta}{2}; z_g = \frac{\Delta}{2}. \end{cases} \quad (39)$$

Pagal (28), (16) Poyntingio vektorius 2 zonoje yra:

$$\underline{\Pi}_{2y} = -\underline{E}_{2x} \underline{H}_{2z}^* = -\underline{E}_{2mx} \underline{H}_{2m}^* ; \quad (40)$$

$$\underline{\Pi}_{2y} = \frac{\alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{s\gamma_2 \underline{\lambda} \underline{\lambda}^2} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} y}{ch \underline{\lambda} t} \cdot ch \underline{\lambda} (t-a) \times \left[ 1 - \frac{ch \underline{\lambda} y}{ch \underline{\lambda} t} \right] ; \quad (41)$$

čia  $\underline{\lambda}$  – kompleksinė jungtinė  $\underline{\lambda}$  vertė.

Įrašius (41), (39) išraišką į (38), gaunama pilnutinės galios, perduodamos į 2 zoną, formulė:

$$\underline{S}_2 = \frac{2\alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{s\gamma_2 \underline{\lambda} \underline{\lambda}^2} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \cdot ch \underline{\lambda} (t-a) \times \left[ \frac{ch \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \cdot ch \underline{\lambda} (t-a) - 1 \right] \cdot \Delta \ell . \quad (42)$$

3 zonoje nustatomos šios integravimo ribos:

$$\begin{cases} x_p = -\frac{\ell}{2}; x_g = \frac{\ell}{2}; \\ \underline{\Pi}_{3p} = \underline{\Pi}_{3y=a}; \underline{\Pi}_{3g} = \underline{\Pi}_{3y=t}; \\ z_p = -\frac{\Delta}{2}; z_g = \frac{\Delta}{2}. \end{cases} \quad (43)$$

Pagal (30), (17) Poyntingio vektorius 3 zonoje yra:

$$\underline{\Pi}_{3y} = -\underline{E}_{3mx} \cdot \underline{H}_{3z}^* ; \quad (44)$$

$$\underline{\Pi}_{3y} = \frac{\alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{s\gamma_2 \underline{\lambda} \underline{\lambda}^2} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \times ch \underline{\lambda} (t-y) \cdot sh \underline{\lambda} (t-y) . \quad (45)$$

Įrašius (43), (45) į (48), gaunama ši 3 zonos dešiniojos pusės pilnutinės galios išraiška:

$$\underline{S}_3 = \frac{\Delta \ell \alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{s\gamma_2 \underline{\lambda} \underline{\lambda}^2} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \times ch \underline{\lambda} (t-a) \cdot sh \underline{\lambda} (t-a) . \quad (46)$$

## TAV antrinio elemento srovės

AE tekanti srovė išreiškiama srovės tankių dedamosiomis:

$$\underline{I} = \int_{S_{yz}} \underline{J}_x dy dz + \int_{S_{xz}} \underline{J}_y dx dz + \int_{S_{xy}} \underline{J}_z dx dy . \quad (47)$$

Kadangi  $\underline{J}_z = 0$ , tai lieka tik dvi srovės tankio dedamosios.

Srovė 2 zonoje:

$$\underline{I}_2 = \int_{S_{yz}} \underline{J}_{2x} dy dz + \int_{S_{xz}} \underline{J}_{2y} dx dz . \quad (48)$$

Srovės dedamoji  $\underline{J}_{2x}$  2 zonoje yra lygi nuliui. Srovės dedamoji  $\underline{J}_{2y}$  apskaičiuojama pagal antrojo tipo paviršinių integralų skaičiavimo taisyklės [7]:

$$\underline{I}_2 = -\frac{\Delta}{j\alpha} \underline{J}_{2my} \Big|_{y=\pm a} \left( e^{-j\alpha \frac{\ell}{2}} - e^{j\alpha \frac{\ell}{2}} \right) \cdot e^{j\omega t} . \quad (49)$$

Pritaikius sinuso formulę

$$\sin \alpha \frac{\ell}{2} = \frac{e^{j\alpha \frac{\ell}{2}} - e^{-j\alpha \frac{\ell}{2}}}{2j} \quad (50)$$

ir įrašius  $y = a$  į (24), gaunama:

$$\underline{I}_2 = \frac{2\Delta \alpha \varepsilon J_{1m}}{\underline{\lambda}^2} \times j \sin \alpha \frac{\ell}{2} \cdot \left[ \frac{ch \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \cdot ch \underline{\lambda} (t-a) - 1 \right] \cdot e^{j\omega t} . \quad (51)$$

Srovė 3 zonoje surandama taip pat, kaip ir 2 zonoje:

$$\underline{I}_3 = \int_{S_{yz}} \underline{J}_{3x} dy dz + \int_{S_{xz}} \underline{J}_{3y} dx dz . \quad (52)$$

Srovės dedamoji, apibrėžiama  $\underline{J}_{3x}$ , yra:

$$\int_{S_{yz}} \underline{J}_{3x} dy dz = \frac{\Delta \alpha \varepsilon J_{1m}}{\underline{\lambda}^2} \cdot \frac{sh \underline{\lambda} a}{ch \underline{\lambda} t} \times sh \underline{\lambda} (t-a) \cdot e^{\mp j\alpha \frac{\ell}{2}} \cdot e^{j\omega t} . \quad (53)$$

Srovės dedamoji, apibrėžiama  $\underline{J}_{3y}$ , kai  $y = \pm a$ , gaunama tokia:

$$\int_{S_{xz}} \underline{J}_{3y} dx dz = -\frac{2\Delta \alpha \varepsilon J_{1m}}{\underline{\lambda}^2} \times$$

$$\times j \sin \alpha \frac{\ell}{2} \cdot \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} \cdot sh \lambda (t \mp a) \cdot e^{j\omega t}. \quad (54)$$

Sumuojant (53) ir (54) pagal (52) 3 zonos dešiniajai pusei, kai  $y = a$ ,  $x = -\frac{\ell}{2}$ , gaunama:

$$I_3 = \frac{\Delta \alpha \varepsilon J_{1m}}{\lambda^2} \cdot \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} \cdot sh \lambda (t-a) \cdot e^{-j\alpha \frac{\ell}{2}} \cdot e^{j\omega t}. \quad (55)$$

Toliau surandami srovių modulių kvadratai atitinkamose zonose.

2 zonoje:

$$|I_2|^2 = \frac{4\Delta^2 \alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{\lambda^2 \lambda^2} \cdot \left[ \frac{ch \lambda a}{ch \lambda t} \cdot ch \lambda (t-a) - 1 \right] \times \left[ \frac{ch \lambda a}{ch \lambda t} \cdot ch \lambda (t-a) - 1 \right] \cdot \sin^2 \alpha \frac{\ell}{2}. \quad (56)$$

3 zonoje:

$$|I_3|^2 = \frac{\Delta^2 \alpha^2 \varepsilon^2 J_{1m}^2}{\lambda^2 \lambda^2} \cdot \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} \times sh \lambda (t-a) \cdot \frac{sh \lambda a}{ch \lambda t} \cdot sh \lambda (t-a). \quad (57)$$

Kaip matyti iš (56), šios srovės modulio kvadrato išraiškoje yra daugiklis  $\sin^2 \alpha \frac{\ell}{2}$ . Įprastinėje tiesiaieigės mašinos konstrukcijoje induktoriaus vienos fazės ritės ir fazinės zonos ilgis lygus poliaus ilgiui  $\tau$ . Todėl poliaus ilgį atitinkanti įsivaizduojama AE ritė ir fazinė zona taip pat lygios  $\tau$ , t. y.  $\ell = \tau$ . Padarius šią prielaidą ir įvertinus tai, kad  $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ , gaunama

$$\sin^2 \alpha \frac{\ell}{2} = 1$$

ir (56) išraiška supaprastėja.

#### Aktyvioji ir induktyvioji antrinio elemento varžos

Pilnutinė antrinio elemento varža, kai atsižvelgiama į skersinį kraštų efektą, apskaičiuojama taip:

$$\underline{Z} = \frac{S}{|I|^2}. \quad (58)$$

2 zonai, padalijus  $\underline{S}_2$  pagal (42) formulę iš  $|I_2|^2$ , iš (56) formulės gaunama:

$$\underline{Z}_2 = \frac{\ell}{2s\Delta\gamma_2} \cdot \frac{\lambda sh \lambda a}{ch \lambda a - \frac{ch \lambda t}{ch \lambda (t-a)}}. \quad (59)$$

3 zonai taip pat padalijus  $\underline{S}_3$  (46) iš  $|I_3|^2$  (57), gaunama:

$$\underline{Z}_3 = \frac{\ell}{s\Delta\gamma_2} \lambda \cdot ch \lambda (t-a). \quad (60)$$

Atskyrus realiąją ir menamąją (59), (60) dalis, gaunamos šios varžų išraiškos:

$$R_2 = \frac{\ell}{2s\Delta\gamma_2} \cdot \frac{(M \cdot K + N \cdot L)}{G^2 + H^2}; \quad (61)$$

$$X_2 = \frac{\ell}{2s\Delta\gamma_2} \cdot \frac{(N \cdot K - M \cdot L)}{G^2 + H^2}; \quad (62)$$

$$R_3 = \frac{\ell}{2s\Delta\gamma_2} \times$$

$$\times \frac{M sh 2M(t-a) + N \sin 2N(t-a)}{sh^2 M(t-a) \cdot \cos^2 N(t-a) + ch^2 M(t-a) \cdot \sin^2 N(t-a)}; \quad (63)$$

$$X_3 = \frac{\ell}{2s\Delta\gamma_2} \times$$

$$\times \frac{N sh 2M(t-a) - M \sin 2N(t-a)}{sh^2 M(t-a) \cdot \cos^2 N(t-a) + ch^2 M(t-a) \cdot \sin^2 N(t-a)}. \quad (64)$$

(61) – (64) išraiškose naudoti koeficientai:

$$\lambda = M + jN; \quad M = m\alpha; \quad N = n\alpha; \quad \alpha = \frac{\pi}{\tau}; \quad (65)$$

$$m = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2}}{2}}; \quad n = \frac{\varepsilon}{2m}; \quad (66)$$

$$K = \frac{3}{2} sh 2Mt + \frac{1}{2} sh 2M(2a-t) + [sh Mt ch M(2a-t) + 3 ch Mt sh M(2a-t)] \times \cos Nt \cos N(2a-t) + [3 sh Mt ch M(2a-t) + ch Mt sh M(2a-t)] \times \sin Nt \sin N(2a-t); \quad (67)$$

$$L = \frac{3}{2} \sin 2Nt + \frac{1}{2} \sin 2N(2a-t) + [sh Mt sh M(2a-t) + 3 ch Mt ch M(2a-t)] \times$$

$$\begin{aligned} & \times \cos Nt \sin N(2a-t) + \\ & + [3 sh Mt sh M(2a-t) + ch Mt ch M(2a-t)] \times \\ & \times \sin Nt \cos N(2a-t); \end{aligned} \quad (68)$$

$$G = 3 ch Mt \cdot \cos Nt + ch M(2a-t) \cdot \cos N(2a-t); \quad (69)$$

$$H = 3 sh Mt \cdot \sin Nt + sh M(2a-t) \cdot \sin N(2a-t). \quad (70)$$

## Išvados

1) Analiziškai ištyrus dvipusio plokščiojo tiesiaieigio asinchroninio elektros variklio su plačiu antriniu elementu modelį, nustatyta, kad magnetinio lauko sprendiniai tarp induktorių (2 zonoje) ir už induktorių ribų (3 zonoje).

2) Apskaičiuota pilnutinė galia, perduodama į antrinį elementą antroje ir trečiojoje zonoje; srovių tankiai, srovės, pilnutinės bei aktyviosios ir induktyviosios antrinio elemento atskirų zonų varžos.

3) Gautosios analizinės varžų išraiškos gali būti panaudotos kaip TAV matematinio modelio parametrai, modeliuojant automatizuotas tiesiaieiges elektros pavaras.

## Literatūra

1. **Matkevičius E., Savickienė Z.** Kompiuterizuotoji tiesiaieigė dažninė pavara // *Elektronika ir elektrotechnika*. – Kaunas: Technologija, 2002. – Nr.1(36). – P. 66–70.
2. **Budig P. – K.** The Application of Linear motors // The third International Power Electronics and motion Control conference. – 2000. – Vol.3. – P. 1336–1341.
3. **Rinkevičienė R.** Mechatronic Systems with linear induction motors. Summary of the research report presented for habilitation. – Vilnius: Technika, 2003. – 28 p.
4. **Schreier L., Chomat M.** Model of Doubly Fed Machine with Four Slip Rings on Rotor // 5<sup>TH</sup> International Workshop on Research and Education in Mechatronics REM conference 2004, October 2004, Kielce-Cedzyna, Poland. – P. 61.
5. **Вольдек А. И.** Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. – М.: Энергия, 1970. – 270 с.
6. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
7. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с.

Pateikta spaudai 2005 03 10

### **E. Matkevičius. Tiesiaieigio asinchroninio variklio antrinio elemento parametrai // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2005. – Nr. 6(62). – P. 71–76.**

Analiziškai ištyrus dvipusio plokščiojo tiesiaieigio asinchroninio elektros variklio su plačiu antriniu elementu modelį, nes realios tiesiaieigių asinchroninių elektros variklių konstrukcijose antrinio elemento plotis ir ilgis visada yra didesnis už atitinkamus induktoriaus matmenis. Gauti analiziniai magnetinio lauko tarp induktorių (aktyviojoje, antroje zonoje) ir už jų ribų (pasyviojoje, trečiojoje zonoje) sprendiniai. Apskaičiuota antrinio elemento pilnutinė galia, srovių tankiai, srovės ir aktyvioji bei induktyvioji varžos. Gautosios analizinės aktyviosios ir induktyviosios antrinio elemento varžų išraiškos gali būti panaudotos skaičiuojant konkrečius tiesiaieigio asinchroninio variklio parametrus, modeliuojant automatizuotą elektros pavarų sistemas. Il.1, bibl. 7 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

### **E. Matkevičius. The Secondary Element Parameters of Linear Induction Motor // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2005. – No. 6(62). – P. 71–76.**

The article analyses two-sided flat linear induction motor with wide secondary element. Solutions of magnetic field in the air gap between two inductors (in the second zone) and out of that boundaries (in the third zone) are obtained. The apparent power of the secondary, densities of currents, resistances and reactances are calculated. The obtained analytical expressions of secondary element resistance and reactance can be applied in calculations parameters of linear induction motor and modelling of automatic systems of electric drives. Il.1, bibl. 7 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English, Russian).

### **Э. Маткевичюс. Параметры вторичного элемента линейного асинхронного двигателя // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2005. – № 6(62). – С. 71–76.**

Аналитически исследована модель двухстороннего асинхронного электродвигателя с широким вторичным элементом. Получены аналитические решения магнитного поля между индукторами (вторая зона) и за их пределами (третья зона). Рассчитана полная мощность, плотности токов, токи, активное и индуктивное сопротивления вторичного элемента. Полученные аналитические выражения активного и индуктивного сопротивлений вторичного элемента могут быть использованы для расчета конкретных параметров линейного асинхронного двигателя, при моделировании систем автоматизированного электропривода. Ил. 1, библи. 7 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

DOI: 10.5755/j02.eie.10474