

## Galios transformatorių tuščiosios veikos nuostolių minimizavimas

L. Andriušienė, P. Kostrauskas

Elektros sistemų katedra, Kauno Technologijos universitetas  
Studentų g. 48, 51367 Kaunas, Lietuva, tel. +370 37 351318

D. Mikalajūnas

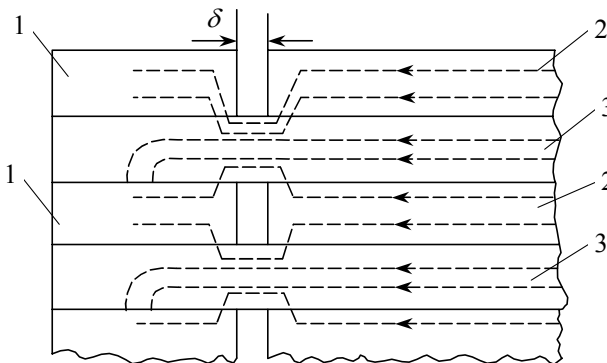
AB "Lietuvos energija", Žveju g. 14, 09310, Vilnius, Lietuva, tel. +370 5 2782434

## Įvadas

Elektros energijos perdavimo ir paskirstymo sistemoje galios transformatoriai atlieka bene pagrindinį vaidmenį. Svarbus galios transformatorių kokybės rodiklis – tuščiosios veikos galios nuostoliai ir tuščiosios veikos srovė [1, 2]. Tuščiosios veikos nuostolių išlaidos kelis kartus viršija trumpojo jungimo išlaidas [2]. Pagrindinę galios transformatorių tuščiosios veikos nuostolių dalį generuoja transformatoriaus magnetinė sistema. Plokščiosios magnetinės sistemos konstrukcijos kampai (statieji ir įstrižieji) yra pagrindinės tuščiosios veikos nuostolių priežastys. Straipsnyje aptariami galios transformatorių magnetinių sistemų kampų aktyviųjų nuostolių nustatymo bei jų minimizavimo būdai.

## Kampų permagnetinimo nuostolių kilmė ir jų supaprastintas matematinis modelis

Šiuo metu mažos ir vidutinės galios trifazių galios transformatorių magnetinės sistemos yra plokščiosios, t. y. nesimetrišios. Šios magnetinės sistemos kampus sudaro sudurtinės arba užleistinės konstrukcijos. Naudojant šaltai valcuotą anizotropinį elektrotechninį plieną, atsisakyta sudurtinių konstrukcijų, o užleistinės konstrukcijos dažniausiai daromos su įstrižiais kampais. Magnetinių sistemų užleistinių kampų konstrukcijoms būdingi technologiniai oro tarpai tarp šerdies ir jungo magnetolaidžių lakštų  $\delta$  (1 pav.).

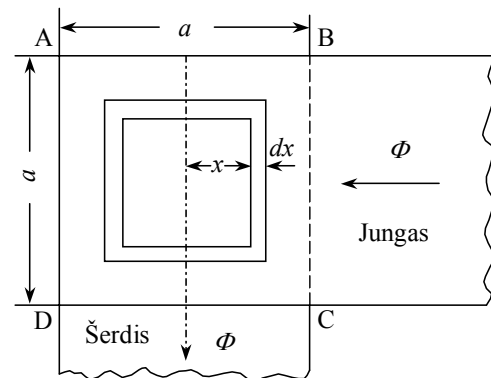


1 pav. Užleistinės magnetolaidžio konstrukcijos fragmentas: 1 – jungo lakštai; 2, 3 – šerdies lakštai;  $\delta$  – technologinis oro tarpas

Priklausomai nuo oro tarpo  $\delta$  dydžio lakštų 3 magnetinio srauto tankis technologinio oro tarpo zonoje gali padidėti 1,5÷1,8 karto. Dėl to padidėja tuščiosios veikos srovė.

Pereinant magnetiniam srautui iš vieno lakšto į kitą technologinio oro tarpo zonoje, magnetinės jėgų linijos kerta plieno lakštą stačiu kampu. Vadinasi, plieno lakštuose indukuojamos sūkurinės srovės, kurios sukelia papildomų nuostolių.

2 pav. pateikta užleistinės konstrukcijos magnetolaidžio stačiojo kampo fragmentas ABCD. Joje išskirtas laidininko elementas, kurio kvadratinės kraštinės ilgis  $2x$ , laidininko skerspjūvio plotas  $\Delta dx$ ; čia  $\Delta$  – elektrotechninio plieno lakšto storis [3,4].



2 pav. Užleistinės stačiojo kampo sandūros fragmentas

Elektrotechninio plieno lakšto (šerdies arba jungo) magnetinis srautas  $\Phi$ . Pereinamas iš jungo į šerdies lakštą, jis statmenai kerta lakšto kvadratą ABCD. Jeigu elektrotechninio plieno savitoji elektrinė varža  $\rho$ , tai elementariojo kontūro aktyvioji varža:

$$r(x) = \rho \frac{4 \cdot 2x}{\Delta dx} \quad (1)$$

Teigiant, kad kvadrato ABCD magnetinio srauto tankis  $B$  pasiskirstęs tolygiai, elementariajame kontūre indukuota efektyvioji elektrovara

$$E(x) = 4,44 f (2x)^2 B \quad (2)$$

Elementariojo kontūro efektyvioji srovė, paneigus induktyvąją varžą,

$$I(x) = \frac{E(x)}{r(x)} = \frac{2,22}{\rho} f \cdot x \cdot B \cdot \Delta \cdot dx. \quad (3)$$

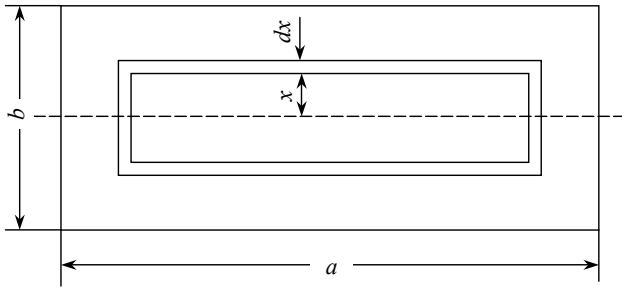
Elementariojo kontūro aktyvieji nuostoliai:

$$dP(x) = r(x)[I(x)]^2 = \frac{2}{\rho} (4,44 fB)^2 \Delta \cdot x^3 dx. \quad (4)$$

Suminiai aktyvieji nuostoliai lakšto kvadrato ABCD:

$$P_l = \int_0^a dP(x) = \frac{(4,44 fB)^2}{32\rho} \Delta \cdot a^4. \quad (5)$$

Jeigu stačiakampio ABCD (2 pav.) kraštinių ilgiai skirtingi (3 pav.), tai, apskaičiuodami aktyvius nuostolius pasinaudojame prielaidomis, kaip ir esant kvadratinei figūrai.



3 pav. Elektrotechninio plieno lakšto stačiakampio fragmentas aktyviesiems nuostoliams apskaičiuoti

Elementariojo kontūro aktyvioji varža:

$$r(x) = \rho \frac{8x + 2a - 2b}{\Delta \cdot dx}. \quad (6)$$

Šiame kontūre indukuota efektyvioji elektrovara:

$$E(x) = 4,44 f [4x^2 + 2(a-b)x] B. \quad (7)$$

Elementariojo kontūro sukurinės srovės elementarieji nuostoliai:

$$dP(x) = \frac{[E(x)]^2}{r(x)} = \frac{2(4,44 fB)^2 \Delta}{\rho} \frac{[2x^2 + (a-b)x]^2}{4x + a - b} dx. \quad (8)$$

Suminiai nuostoliai:

$$P = \int_0^{\frac{b}{2}} dP(x) = \frac{2(4,44 fB)^2 \Delta}{\rho} \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{[2x^2 + (a-b)x]^2}{4x + a - b} dx =$$

$$= \frac{2(4,44 fB)^2 \Delta}{\rho} \left[ \frac{b^4}{64} + \frac{(a-b)b^3}{32} + \frac{(a-b)^2 b^2}{128} - \frac{(a-b)b^3}{128} + \frac{(a-b)^4}{256} \ln \left| \frac{a+b}{a-b} \right| \right]. \quad (9)$$

Irašę į šią formulę  $b=a/n$ , gauname:

$$P_l^* = \frac{2(4,44 fB)^2 \Delta}{\rho} \left[ \frac{a^4}{64n^4} + \frac{a^4}{32n^4} (n-1) + \frac{a^4}{128} \frac{(n-1)^2}{n^4} - \frac{a^4}{128} \frac{(n-1)^3}{n^4} + \frac{a^4}{256} \frac{(n-1)^4}{n^4} \ln \left| \frac{n+1}{n-1} \right| \right]. \quad (10)$$

Akivaizdu, kad kvadratinėje plokštelėje, kurios kraštinė  $a$ , telpa  $n$  stačiakampių plokštelių, kurių matmenys  $a$ ,  $b$ . Taigi visų  $n$  stačiakampių  $a$ ,  $b$  matmenų elektrotechninio plieno plokštelių suminiai aktyvieji nuostoliai:

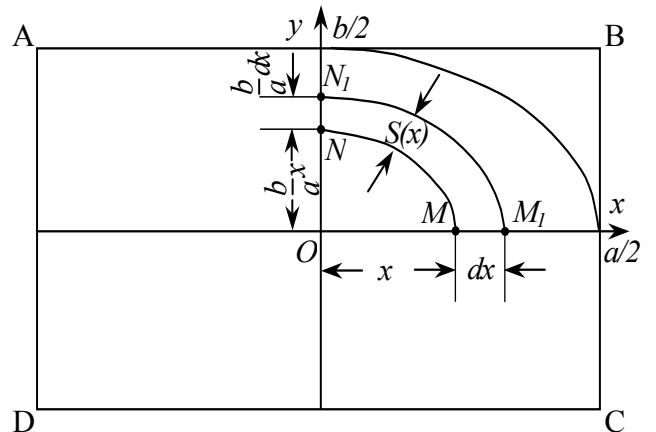
$$P_{\Sigma l} = nP_l^* = \frac{2(4,44 fB)^2 \Delta a^4}{\rho n^3} \left[ \frac{1}{64} + \frac{n-1}{32} + \frac{(n-1)^2}{128} - \frac{(n-1)^3}{128} + \frac{(n-1)^4}{256} \ln \left| \frac{n+1}{n-1} \right| \right]. \quad (11)$$

Iš aktyviųjų nuostolių (11) ir (5) santykio randame, kiek kartų sumažėjo aktyvieji nuostoliai, padalijus kvadratą ABCD (2 pav.) į  $n$  stačiakampių:

$$\lambda_l(n) = \frac{P_{\Sigma l}}{P_l} = \frac{1}{n^3} \left[ 1 + 2(n-1) + \frac{1}{2}(n-1)^2 - \frac{1}{2}(n-1)^3 + \frac{1}{4}(n-1)^4 \ln \left| \frac{n+1}{n-1} \right| \right]. \quad (12)$$

### Kampų permagnetinimo nuostolių patikslintas matematinis modelis

Išvedant (5), (9) ir (11) formules buvo teigiama, kad sukurinių srovių kontūrai lygiagretūs su kvadrato arba stačiakampio kraštinėmis. Bendruoju atveju sukurinių srovių kontūrai artimi elipsėms [5, 6].



4 pav. Elektrai laidų plokštelė su įbrėžtomis elipsėmis, kurių ašys sutampa su koordinatinių x, y ašimis

4 pav. pateiktas elektrai laidžios plokštelės stačiakampis, kurio matmenys  $a$ ,  $b$  ir centras sutampa su koordinatinių pradžia  $O$ . Pirmajame kvadrante išbrėžtas elipsės  $\left(\frac{x}{a/2}\right)^2 + \left(\frac{y}{b/2}\right)^2 = 1$  lankas bei srovės tankio elementarusis vamzdelis, apribotas elipsių lankais  $MN$  ir  $M_1N_1$ . Elementariojo vamzdelio plotis  $x$  ašyje –  $dx$ , o  $y$  ašyje –  $\frac{b}{a} dx$ .

Kadangi elementariojo vamzdelio skerspjūvio plotas  $\Delta q(x)$  yra kintamasis dydis, tai jo elektrinę varžą nustatysime remdamiesi vidutinės reikšmės teorema [7]:

$$\Delta q = \frac{I}{\overline{MN}} \int_{(M)}^{(N)} \Delta q(x) dx; \quad (13)$$

čia  $\Delta q(x) = S(x) \cdot \Delta$  – kintamas elementariojo vamzdelio skerspjūvio plotas;  $\Delta$  – elektrai laidžios plokštelės storis;  $S(x)$  – kintamas elementariojo vamzdelio plotis;  $\overline{MN}$  – elipsės lanko ilgis.

(13) reiškinio integralas išreiškiamas taip:

$$\int_{(M)}^{(N)} \Delta q(x) dx = \frac{I}{4} \left[ \frac{b}{a} \int_0^x \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - x^2} dx - \frac{b}{a} \int_0^x \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - x^2} dx \right] \Delta = \left( \frac{\pi b}{2a} x \cdot \Delta \right) dx. \quad (14)$$

Elipsės lanko  $\overline{MN}$  ilgis apytiksliai apskaičiuojamas iš elipsinio integralo [7]:

$$\overline{MN} = L(x) = \frac{\pi}{4} \left[ 1,5 \left( x + \frac{b}{a} x \right) - \sqrt{\frac{b}{a} x} \right]. \quad (15)$$

Irašę tai į (13) formulę, gauname:

$$\Delta q = \frac{2 \frac{b}{a} \cdot \Delta \cdot dx}{1,5 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) - \sqrt{\frac{b}{a}}}. \quad (16)$$

Elementariojo žiedo aktyvioji varža:

$$r(x) = 4\rho \frac{L(x)}{\Delta q} = \pi\rho \frac{x \left[ 1,5 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) - \sqrt{\frac{b}{a}} \right]^2}{2 \frac{b}{a} \Delta \cdot dx}. \quad (17)$$

Elementariajame žiede indukuota elektrovara:

$$E(x) = 4,44 f \left( \pi \frac{b}{a} x^2 \right) B; \quad (18)$$

čia  $B$  – vidutinis magnetinio srauto tankis.

Elementariojo žiedo sukurinių srovių aktyvieji nuostoliai:

$$dP(x) = \frac{[E(x)]^2}{r(x)} = \frac{32 \cdot 1,11^2 \pi (fB)^2 \left(\frac{b}{a}\right)^3 x^3 \cdot \Delta}{\rho \left[ 1,5 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) - \sqrt{\frac{b}{a}} \right]^2} dx. \quad (19)$$

Suminiai elementariojo žiedo aktyvieji nuostoliai:

$$P_2 = \int_0^{a/2} dP(x) = \frac{1,11^2 \pi (fB)^2 ab^3 \cdot \Delta}{2\rho \left[ 1,5 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) - \sqrt{\frac{b}{a}} \right]^2}. \quad (20)$$

Jeigu stačiakampį ABCD (4 pav.) padalysime į  $n$  elementarių stačiakampių, kurių aukštinės tenkins sąlygą  $b = a/n$ , tai tokio elementaraus stačiakampio aktyviuosius nuostolius galėsime apskaičiuoti iš (20) formulės, išrašę  $b = a/n$ :

$$P_2^* = \frac{1,11^2 \pi (fB)^2 \frac{a^4}{n^3} \Delta}{2\rho \left[ 1,5 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \sqrt{\frac{1}{n}} \right]^2}. \quad (21)$$

Visų  $n$  stačiakampių elektrotechninio plieno plokštelių suminiai aktyvieji nuostoliai:

$$P_{\Sigma 2} = nP_2^* = \frac{1,11^2 \pi (fB)^2 \frac{a^4}{n^2} \Delta}{2\rho \left[ 1,5 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \sqrt{\frac{1}{n}} \right]^2}. \quad (22)$$

(22) ir (20) aktyviųjų nuostolių santykis:

$$\lambda_2(n) = \frac{P_{\Sigma 2}}{P_2} = \frac{\left[ 1,5 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) - \sqrt{\frac{b}{a}} \right]^2}{1,5 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \sqrt{\frac{1}{n}}} \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^3. \quad (23)$$

Irašę į šią formulę  $a = b$ , gauname:

$$\lambda_2(n) = \frac{4}{\left[ 1,5 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - \sqrt{\frac{1}{n}} \right]^2}. \quad (24)$$

$\lambda_1(n)$  ir  $\lambda_2(n)$  reikšmės pateiktos lentelėje.

**Lentelė. Reikšmės**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda_1(n)$	1	0,410	0,214	0,1310	0,0875	0,0628	0,0472	0,0368
$\lambda_2(n)$	1	0,420	0,220	0,1322	0,0874	0,0617	0,0457	0,0351
$\lambda_1(n)/\lambda_2(n)$	1	0,976	0,973	0,991	1,001	1,019	1,033	1,048

Iš lentelės matyti, kad  $\lambda_1(n)$  ir  $\lambda_2(n)$  reikšmės skiriasi mažiau nei 5%.

Iš suminių permagnetinimo nuostolių išraiškų (5) ir (20) gauname:

$$\lambda = \frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{\pi}. \quad (25)$$

Vadinasi, skaičiuojant kampų permagnetinimo nuostolius pagal patikslintą matematinį modelį, rezultatas sumažėjo 27,4%, palyginti su idealizuotu modeliu.

## Išvados

1. Apibrėžtos transformatorių magnetinių sistemų kampų užleistinių konstrukcijų sukurinių srovių susidarymo priežastys.

2. Pateikti du magnetolaidžio kampų sukurinių srovių nuostolių matematiniai modeliai: idealizuotasis, kurio sukurinių srovių kontūrai stačiakampiai ir realusis, kurio srovių kontūrai elipsės.

3. Skaičiuojant magnetolaidžio kampų sukurinių srovių aktyviusius nuostolius pagal idealizuotąjį matematinį modelį, rezultatai padidėja 27,4%, palyginti su patikslintu matematiniumi modeliu.

4. Išskaidžius magnetolaidžio kampo sritį diskrečiomis sritimis, sukurinių srovių aktyvieji nuostoliai mažėja.

## Literatūra

1. **Белей В. Ф.** Оценка роли трансформаторов в системах энергоснабжения с позиций энергосбережения и повышения качества электроэнергии // Промышленная энергетика, 2002. – № 5. – С. 36–42.
2. **Кустов С. С.** Основные направления развития конструкций трансформаторов I-II габаритов // Электрические станции, 1995. – № 8. – С. 62–67.
3. **Лопухина Е. М., Сомихина Г. С.** Асинхронные микромашины с полым ротором. – Москва: Энергия, 1967. – 488 с.
4. **Пульер Ю. М.** Индукционные электромеханические элементы вычислительной и дистанционно-следающих систем. – Москва: Машиностроение, 1964. – 294 с.
5. **Ямамура С.** Теория линейных асинхронных двигателей. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1983. – 180 с.
6. **Туровский Я.** Электромагнитные расчеты элементов электрических машин. – Москва: Энергоатомиздат, 1986. – 200 с.
7. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – Москва: Наука, 1981. – 718 с.

Pateikta spaudai 2003 09 15

## **L. Andriušienė, P. Kostrauskas, D. Mikalajūnas. Galios transformatorių tuščiosios veikos nuostolių minimizavimas // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2004. – Nr. 1(50)– P. 38-41.**

Įrodyta, kad galios transformatorių magnetinių sistemų užleistinių konstrukcijų kampuose dėl technologinių tarpų susidaro papildomos sukurinės srovės, kurios didina tuščiosios veikos nuostolius. Nustatyti sukurinių srovių aktyvieji nuostoliai dviem atvejais: sukurinių srovių kontūrai, stačiakampės formos (idealizuotasis atvejis) ir elipsinės formos (realusis atvejis). Pirmuoju, idealizuotuoju, atveju sukurinių srovių magnetiniai nuostoliai  $4/\pi$  kartų viršija sukurinių srovių, pasiskirsčiusių elipsėmis, nuostolius. Įrodyta, kad magnetinės sistemos kampo srities diskrečinių dalių suminiai sukurinių srovių aktyvieji nuostoliai mažesni už visos kampo srities sukurinių srovių aktyviusius nuostolius. Pateiktos magnetinės sistemos užleistinės konstrukcijos kampo srities, sudarytos iš diskrečinių dalių, sukurinių srovių suminių aktyviųjų nuostolių priklausomybė nuo diskrečinių dalių skaičiaus. Ši priklausomybė analogiška idealizuotajam ir realiajam sukurinių srovių pasiskirstymo atvejams. Darbo išvados įgalina minimizuoti magnetinės sistemos užleistinės konstrukcijos sukurinių srovių sukeltus aktyviusius nuostolius. II. 4, bibl. 7 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

## **L. Andriušienė, P. Kostrauskas, D. Mikalajūnas. Minimization of No Load Losses of Power Transformers // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. – No. 1(50) – P. 38-41.**

There is proved that the eddy currents arises in the corners of laminated construction of the magnetic system of power transformers because of the additional technological air gap. For this reason no load active losses increases. The eddy currents has been calculated for two cases: at first the borders of eddy currents flow are rectangular (the ideal case); at another time - the borders of eddy currents has an elliptic form (the real case). At first case the magnetic losses are  $4/\pi$  times more than at real case. If number of segmented parts of the corner district mounts up the general losses goes into decline. There is shown the analytical dependence of the segmented parts of magnetic system laminated corner on general active losses. The dependences of both cases looks like. The goal of inferences is to minimize active losses, inducing by the eddy currents at laminated corners of the magnetic system of power transformers. III. 4, bibl. 7 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

## **Л. Андриушене, П. Костраускас, Д. Микалаюнас. Минимизирование потерь холостого хода силовых трансформаторов // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. – № 1(50). – С. 38-41.**

Доказано, что в шихтованных углах магнитной системы силовых трансформаторов из-за технологических зазоров возникают добавочные вихревые токи, увеличивающие активные потери холостого хода. Рассмотрены активные потери, обусловленные вихревыми токами в двух случаях: при распределении контуров вихревых токов в пластине магнитопровода по периметрам прямоугольников (идеализированный случай), а также по периметру эллипсов (реальный случай). В первом идеализированном случае активные потери от вихревых токов в  $4/\pi$  раз превышают активные потери от вихревых токов при реальном распределении токов. Доказано, что при дискретизации области углов магнитной системы суммарные активные потери от вихревых токов убывают с возрастанием числа дискретных частей. Представлена аналитическая зависимость между числом дискретных частей шихтованного угла магнитной системы и суммарными активными потерями, обусловленными вихревыми токами. Данная зависимость имеет аналогичный характер для идеализированного и реального случаев. Выводы по работе нацелены на минимизирование активных потерь от вихревых токов в шихтованных углах магнитной системы силовых трансформаторов. III. 4, bibl. 7 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).